# Éléments d'histoire sur la Mécanique Quantique

Club Science Luminy, 30 janvier 2020

**Thierry Masson**

Centre de Physique Théorique & Centre Gilles Gaston Grangier

# Plan de l'exposé


1. Les acquis antérieurs
2. La genèse de la mécanique quantique
3. Généralités sur la mécanique quantique
4. Développements plus récents

1 Les acquis antérieurs

2 La genèse de la mécanique quantique

3 Généralités sur la mécanique quantique

4 Développements plus récents

# La mécanique de Newton

- Newton, 1687 : *Principes mathématiques de la philosophie naturelle.*
- Description de la mécanique des « points matériels ».
- Interactions = forces entre les corps
- Diverses « forces » modélisées avec succès :
  gravitation (mouvement des planètes, chute des corps...), électrostatique, élasticité, frottement, poussée d'Archimède...

- Importante réécriture mathématique : Hamilton en 1833.
  **Formalisme différent qui repose sur la « fonction énergie » $H$ (le hamiltonien).**

# La thermodynamique

- Théorie qui étudie les transferts et échanges d'énergie.
- Théorie du XIX$^{e}$ siècle : utilisation massive des machines à vapeur.
- Différents types d'énergie :
  mécanique, chaleur, électrique, lumineuse, chimique, nucléaire...
- Loi de conservation de l'énergie.
- Importance de la notion de température.

- **Physique statistique** : explication en termes microscopiques de mouvements de particules microscopiques (atomes, molécules...)

# L'électromagnétisme

- Équations de Maxwell de 1864.
- Champs électriques $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$ inventés par Faraday.

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \qquad \text{Loi de Gauss}$$

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0 \qquad \text{Loi de Gauss pour le magnétisme}$$

$$\vec{\nabla}\wedge\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad \text{Loi de Faraday}$$

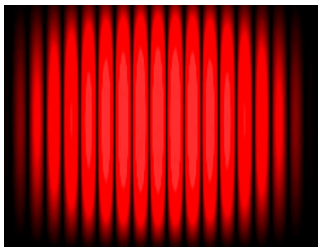
$$\vec{\nabla}\wedge\vec{B} = \mu_0\vec{j} + \mu_0\epsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \qquad \text{Loi d'Ampère-Maxwell}$$

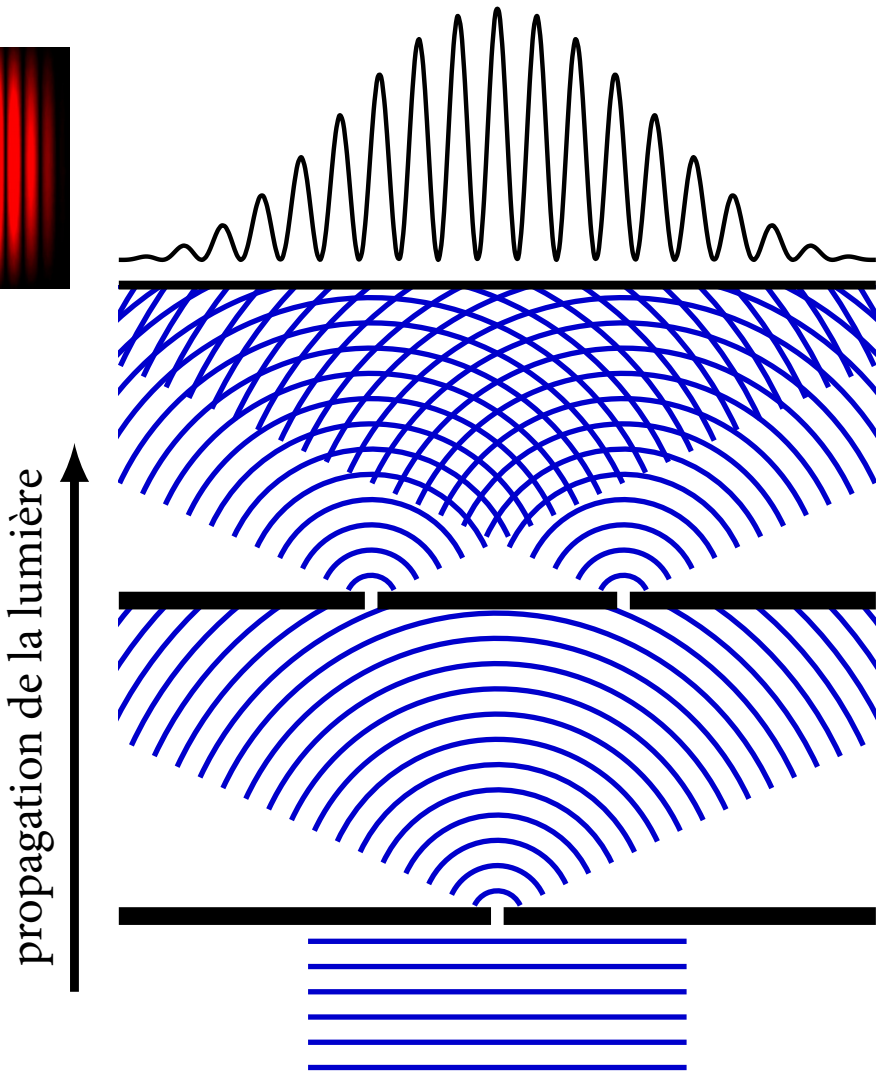
$\vec{E}$ champ électrique, $\vec{B}$ champ magnétique
$\rho$ densité de charges, $\vec{j}$ densité de courant de charges
$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$

- **Théorie qui repose sur la notion de champs.**
- Théorie qui décrit les phénomènes électriques, magnétiques *et* lumineux.
  **Théorie unificatrice.**

# La nature ondulatoire de la lumière

1801 : l'expérience des fentes d'Young montre que la lumière est une onde.






intensité de la lumière sur l'écran,
ce sont les franges d'interférence

écran

deux ondes sphériques
induites par les deux trous

cache avec deux trous

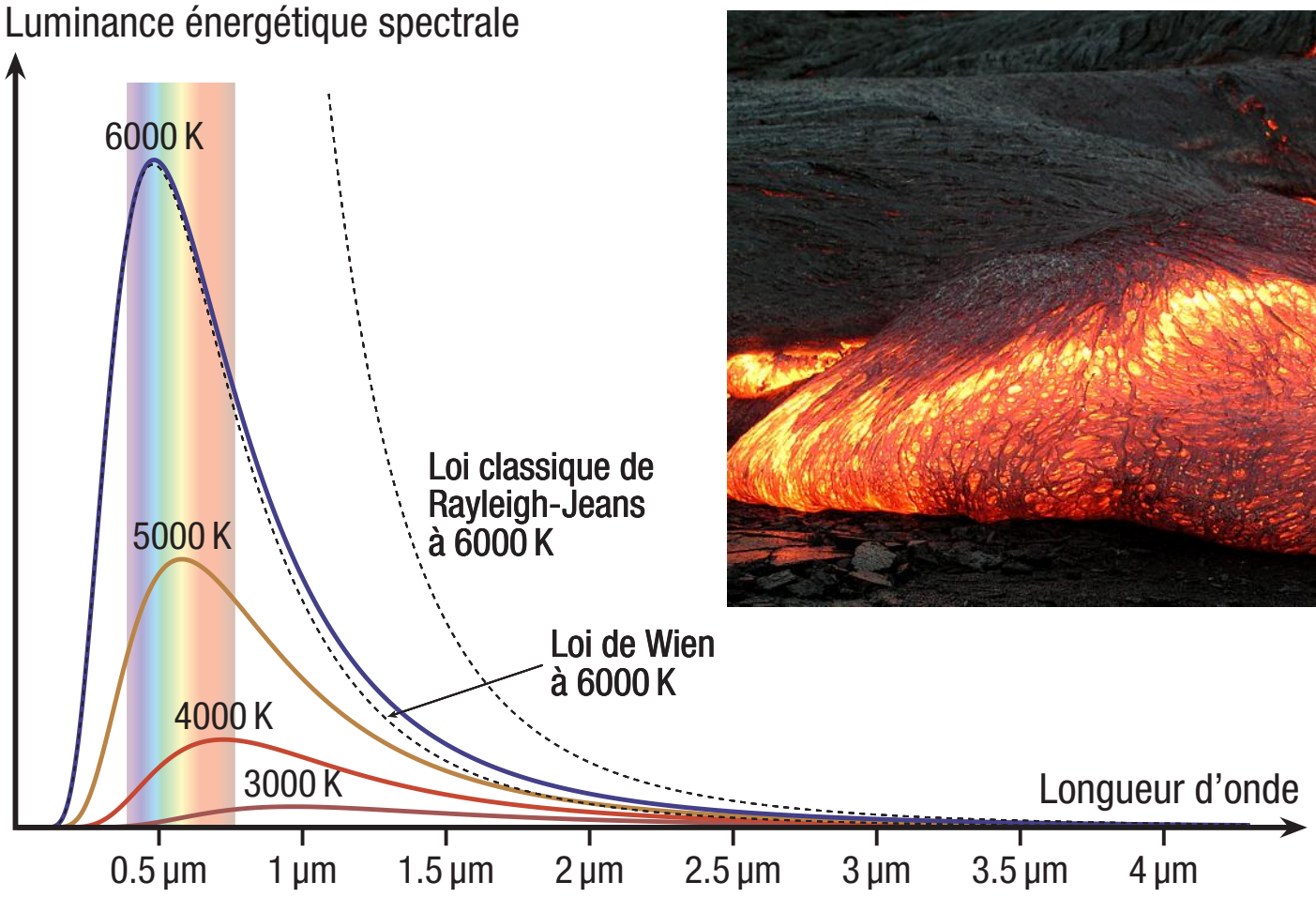
onde sphérique
induite par un premier trou

cache avec un seul trou

lumière monochromatique

# Problème en suspens : Le rayonnement du corps noir...

Un corps émet des ondes électromagnétiques en fonction de sa température.
La courbe est universelle et son maximum est lié à la température.

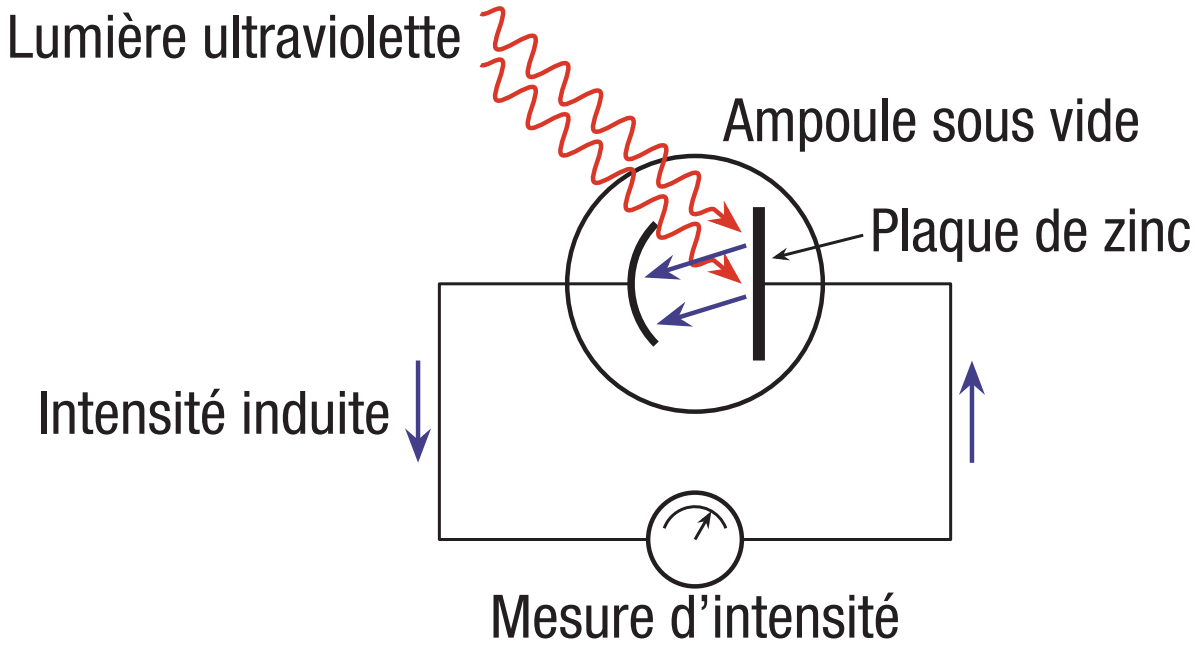


La thermodynamique et l'électromagnétisme n'expliquent pas cette courbe...

# Problème en suspens : L'effet photo électrique...

Une plaque de métal soumise à un rayonnement ultraviolet émet des électrons.

L'énergie des électrons émis n'est pas proportionnelle à l'intensité du rayonnement incident.



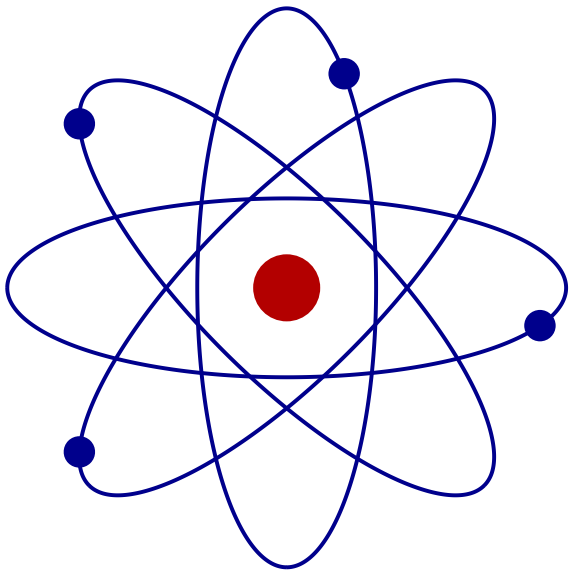

L'électromagnétisme n'explique pas ce phénomène.

# Problème en suspens : La structure de l'atome...

Entre 1908 et 1911, Rutherford réalise une série d'expériences de bombardement de la matière avec des particules alpha ($He^{2+}$).

Il en conclut que les atomes sont constitués d'un cœur chargé positivement, avec beaucoup de vide autour : c'est le **noyau atomique**.

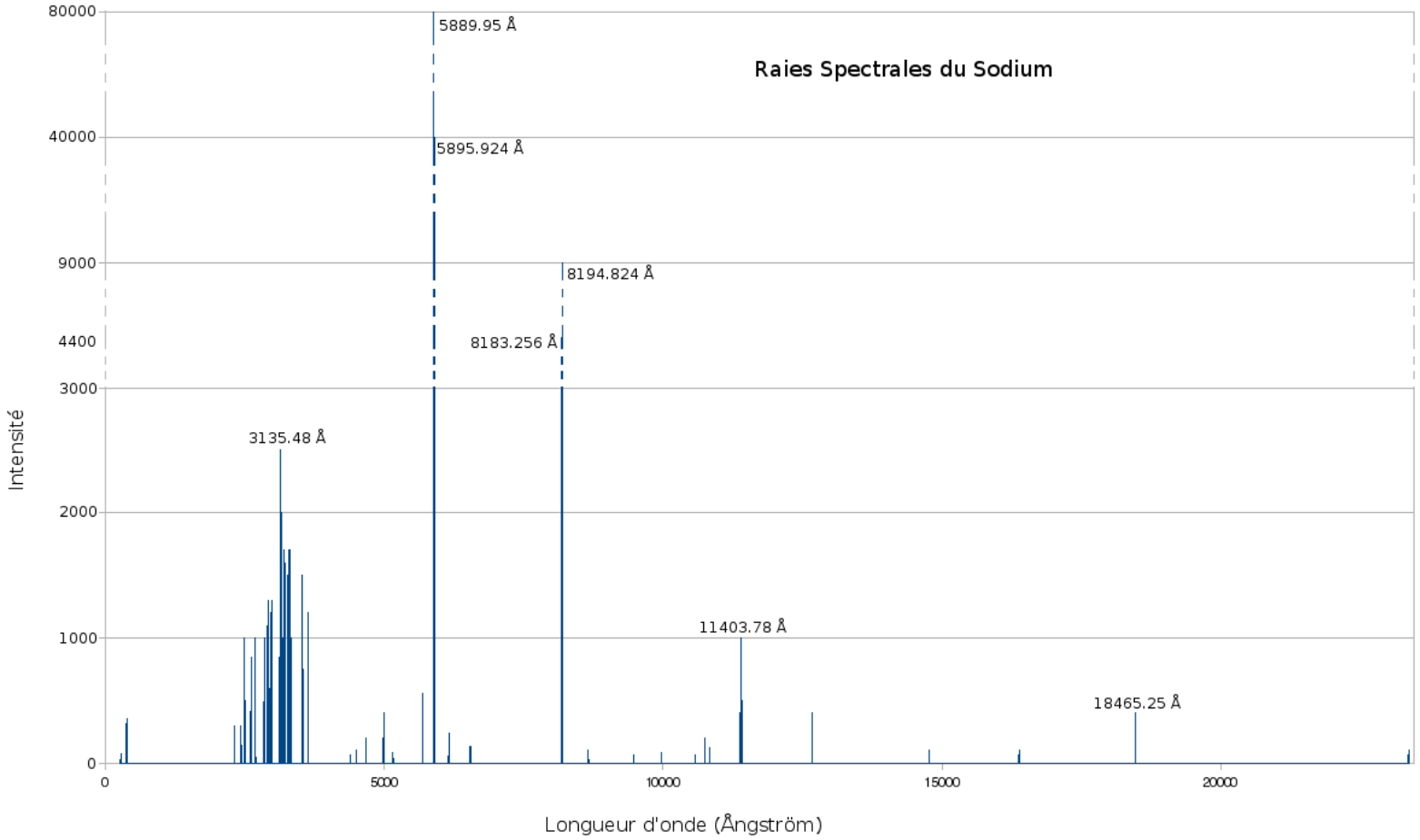
- L'atome de Rutherford ressemble à un système planétaire, avec des électrons orbitant autour du noyau pour assurer la neutralité de l'atome.
- Ces électrons sont liés au noyau par la force électrostatique de Coulomb.
- Mais ce modèle ne peut pas être correct : les équations de Maxwell impliquent que les électrons devraient s'effondrer sur le noyau quasi instantanément.



L'électromagnétisme n'explique pas la stabilité de l'atome.

# Problème en suspens : Le spectre des atomes...

Les atomes absorbent et émettent de la lumière à certaines fréquences.
Ce sont les raies spectrales typiques d'un atome.




L'électromagnétisme n'explique pas ces raies d'émission et d'absorption.

1 Les acquis antérieurs

2 La genèse de la mécanique quantique

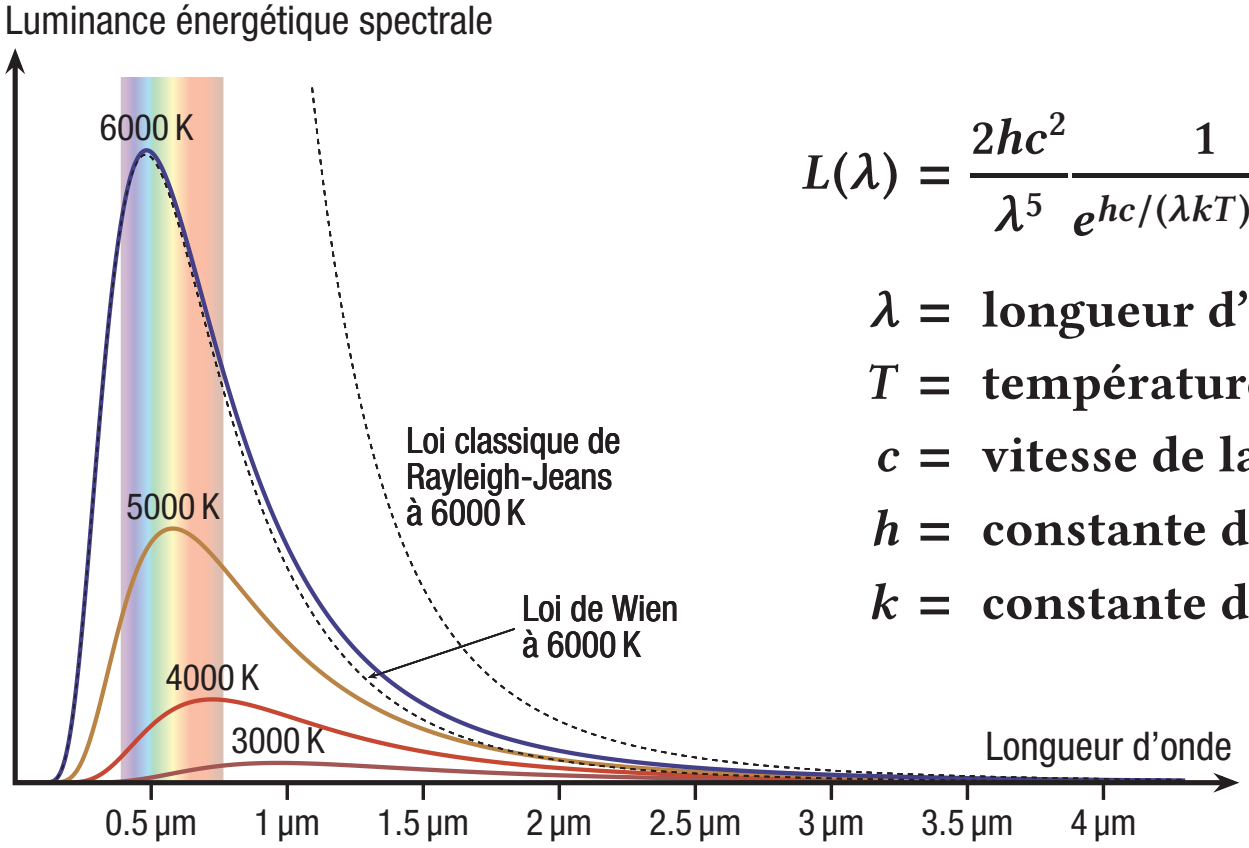
3 Généralités sur la mécanique quantique

4 Développements plus récents

# Le rayonnement du corps noir

En 1900, Planck résout le problème du corps noir. Il émet l'hypothèse :
**L'énergie échangée entre la matière et la lumière se fait par paquets $E = h\nu$**,
où $\nu$ est une fréquence, et où $h$ est une nouvelle constante de la physique,
la **constante de Planck** :

$$h = 6{,}626\,069\,57 \times 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}$$



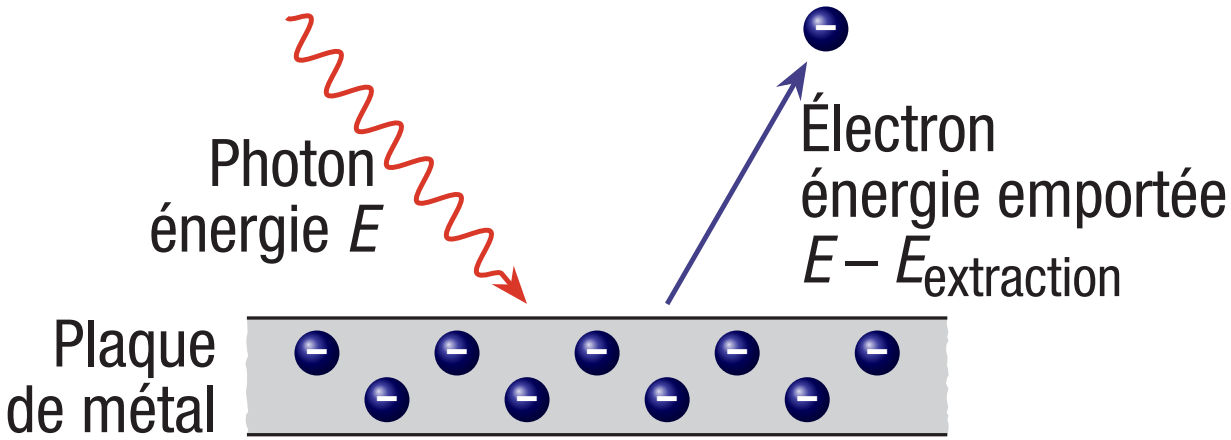

$$L(\lambda) = \frac{2hc^2}{\lambda^5}\frac{1}{e^{hc/(\lambda kT)} - 1}$$

$\lambda$ = **longueur d'onde**
$T$ = **température**
$c$ = **vitesse de la lumière**
$h$ = **constante de Planck**
$k$ = **constante de Boltzmann**

# L'effet photo électrique

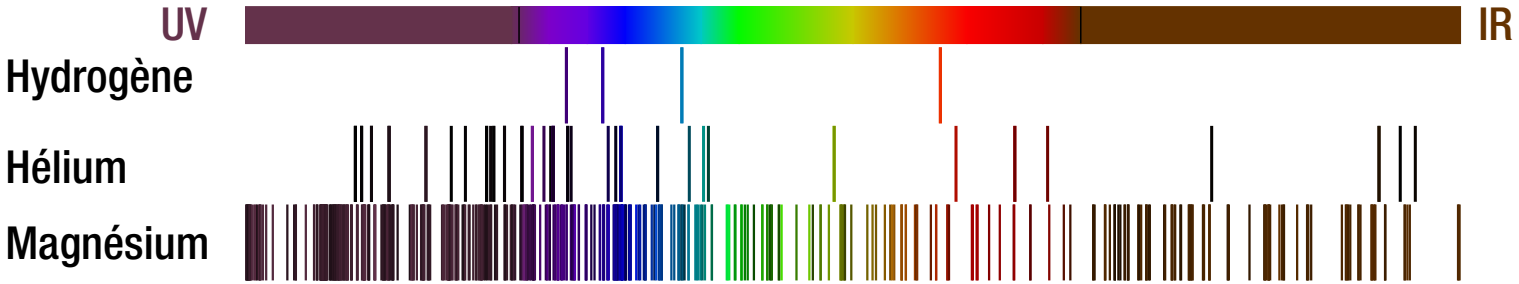
En 1905, pour expliquer l'effet photoélectrique, Einstein suppose que
**la lumière est constituée de grains d'énergie $E = h\nu$**
où $\nu$ est la fréquence de la lumière considérée.

Ces grains seront appelées **photons** par la suite.




Cette hypothèse permet de redémontrer la formule du corps noir de Planck avec des méthodes de **physique statistique**.

# Le spectre de l'atome d'hydrogène




En 1885, un instituteur suisse, Balmer, trouve une formule empirique pour classer les raies spectrales de l'atome d'hydrogène (l'atome le plus simple de tous).

Une longueur d'onde $\lambda$ est dans la raie si elle peut s'écrire

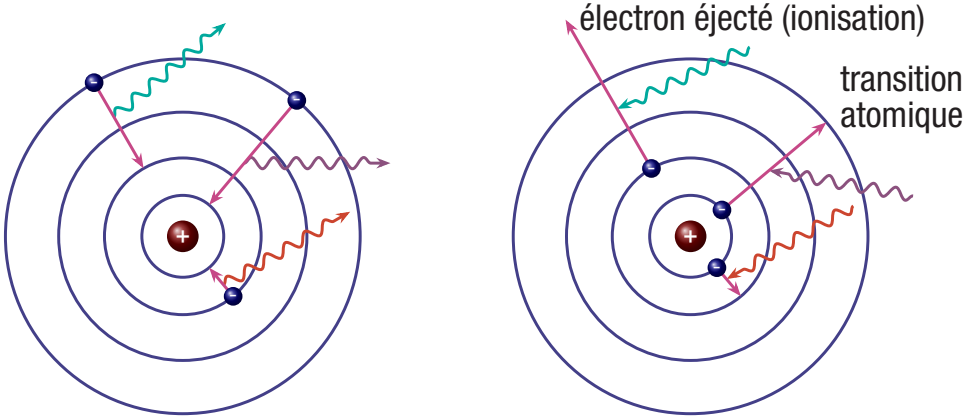
$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{M^2} - \frac{1}{N^2}\right)$$

pour deux entiers $M, N \geq 1$, où $R$ est une constante, appelée **constante de Rydberg**.

(Pour la lumière, la longueur d'onde $\lambda$ est reliée à la fréquence $\nu$ par $\lambda = c/\nu$)

# Le modèle de l'atome de Bohr

- Entre 1913 et 1918, Bohr propose un modèle de l'atome d'hydrogène qui fixe les orbites des électrons selon une règle de quantification :
  **le moment cinétique doit être multiple entier de $h/2\pi$.**
- Bohr **décrète** que ces orbites sont stables, et que l'électron n'émet et ne capture d'énergie lumineuse que s'il change d'orbite.




- Cette hypothèse reproduit le spectre de l'atome d'hydrogène :

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}\left(\frac{1}{M^2} - \frac{1}{N^2}\right) \quad \rightarrow \quad R = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}$$

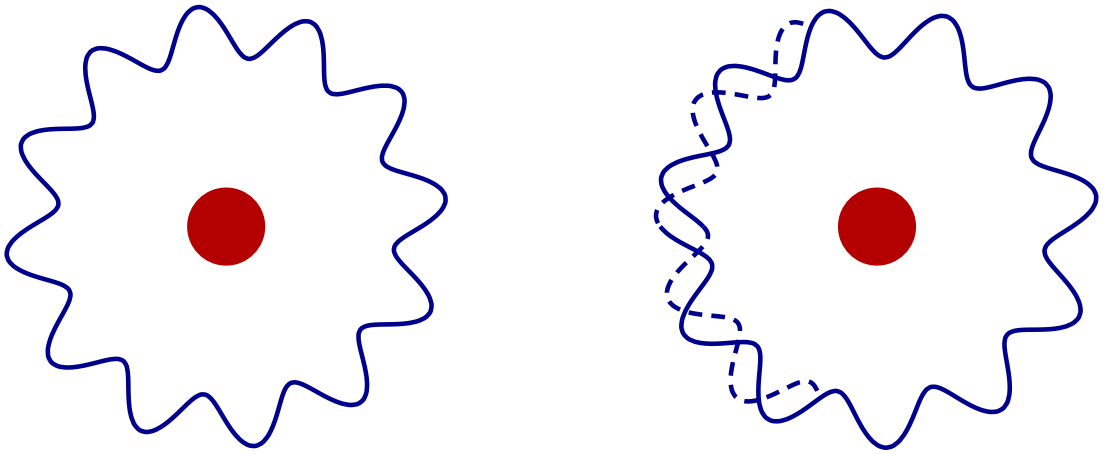
  où $m$ est la masse de l'électron, $e$ sa charge.
- Ce modèle est *ad hoc* et n'est (pas encore) soutenue par une théorie.
- Bohr base ses raisonnements dans le cadre de la **mécanique de Hamilton**.

# La dualité onde-corpuscule

- En 1905, Einstein a réintroduit un aspect corpusculaire à la lumière : le photon.
- En 1924, de Broglie émet l'hypothèse que la matière a un aspect ondulatoire.
- Il associe à toute particule ayant une impulsion $p = mv$ une longueur d'onde :

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

- de Broglie déduit la quantification des orbites de Bohr par l'hypothèse que **l'onde de l'électron sur une orbite est une onde stationnaire** : elle doit se refermer en une onde périodique.



# Naissance de la mécanique quantique

- En 1926, Schrödinger propose une équation pour les ondes de de Broglie :

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}\right) + V\,\Psi$$

  où $\Psi(x, y, z, t)$ est la **fonction d'onde** de l'objet quantique à décrire, $V(x, y, z, t)$ est un « potentiel », qui peut par exemple représenter la force de Coulomb que subit un électron au voisinage du noyau d'un atome.
- En même temps, Heisenberg élabore une théorie des quantas à base de mathématiques différentes : les matrices.
  Il met en avant la notion d'**observables**.
- Peu après, Dirac réussit à unifier ces deux théories apparemment si différentes d'un point de vue mathématique.
- En 1932, von Neumann propose un cadre mathématique définitif à la mécanique quantique : algèbres d'opérateurs sur un espace de Hilbert...

1 Les acquis antérieurs

2 La genèse de la mécanique quantique

3 Généralités sur la mécanique quantique

4 Développements plus récents

# Le formalisme (en quelques mots)

- L'espace de Newton n'est plus le lieu naturel où décrire un corps en mouvement à l'aide d'une trajectoire.
- La notion de « champ » introduit par l'électromagnétisme est reprise sous forme de fonction d'onde.

- Il faut décrire l'état physique par un **vecteur dans un espace de Hilbert $\mathcal{H}$**.
  - Espace vectoriel : $\lambda\Psi \in \mathcal{H}$, $\Psi + \Psi' \in \mathcal{H}$ pour $\lambda \in \mathbb{C}$, $\Psi, \Psi' \in \mathcal{H}$.
  - Norme : $\|\Psi\| \in \mathbb{R}^+$ pour $\Psi \in \mathcal{H}$.
  - On note $\Psi(t) \in \mathcal{H}$ l'état physique à un instant $t$.
- On utilise l'idée de Hamilton : il existe un objet $H$ qui représente l'énergie. **$H$ est un opérateur autoadjoint sur l'espace de Hilbert $\mathcal{H}$ du modèle.**
- L'**équation de Schrödinger** donne l'évolution dans le temps de l'état physique :

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(t)}{\partial t} = H\Psi(t)$$

  - Si $\Psi, \Psi'$ sont solutions et $\lambda \in \mathbb{C}$, alors $\lambda\Psi$ et $\Psi + \Psi'$ sont solution.
  - En mécanique quantique, on a **superposition des solutions**.
- La notion de superposition d'états est typique de la mécanique quantique.

# La fonction d'onde ? Un espace de Hilbert particulier !

- L'espace de Hilbert pour décrire une particule qui se déplace dans l'espace :
  - $\Psi$ est une fonction de $(x, y, z)$ et de $t$, à valeurs dans $\mathbb{C}$.
  - Un tel $\Psi$ est appelé une **fonction d'onde**.
  - Une fonction d'onde est donc un type de vecteur particulier. (espace de Hilbert $\mathcal{H} = L^2(\mathbb{R}^3)$)
- L'opérateur $H$ prend la forme :

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) + V(x, y, z)$$

  $V$ est l'énergie potentielle de la force (formalisme de Hamilton).
- Du formalisme de Hamilton à l'équation d'onde :

  $H = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 + V = \frac{1}{2m}\vec{p}^2 + V$ où $p = m\vec{v}$ ➡ on remplace $p_x$ par $-i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$, etc...
- On retrouve l'équation de Schrödinger originelle :

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}\right) + V\Psi$$

# Assembler des systèmes quantiques...

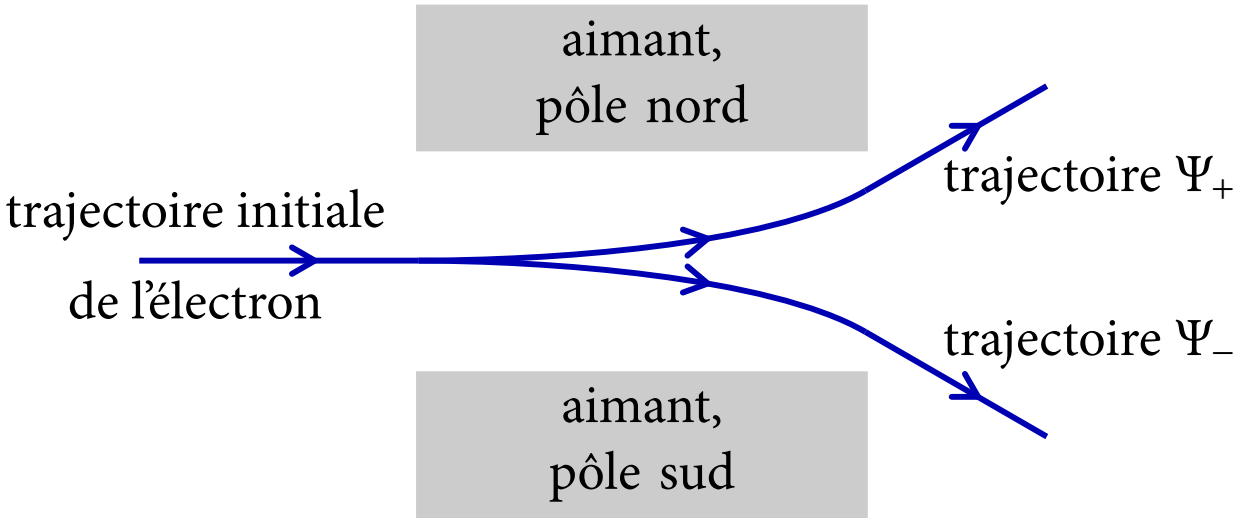
- La mécanique quantique décrit une assemblée d'objets par un seul état qui prend en compte les degrés de liberté de tous les objets.
- Construction générale :
  *si* $\mathcal{H}_1$ *est l'espace de Hilbert d'un système* (1)
  *et si* $\mathcal{H}_2$ *celui d'un système* (2),
  *alors* $\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$ *est l'espace de Hilbert du système* (1) + (2).
- On « multiplie » les espaces lorsqu'on réunit les systèmes.
  (Produit tensoriel d'espaces de Hilbert)
- $\Psi_1, \Psi_1' \in \mathcal{H}_1$ et $\Psi_2, \Psi_2' \in \mathcal{H}_2$
  - $\Psi_1 \otimes \Psi_2$ est un état possible du système (1) + (2)
  - $\Psi_1 \otimes \Psi_2 + \Psi_1' \otimes \Psi_2'$ est un état possible du système (1) + (2)
  - *etc...*
- Les états du type $\Psi_1 \otimes \Psi_2 + \Psi_1' \otimes \Psi_2'$ sont des **états intriqués**.

# Le spin...

- Le spin : découverte expérimentale en 1922, théorie par Pauli en 1924 et 1927.
- Le spin est une propriété intrinsèque d'un objet quantique.
  **Notion purement quantique qui n'admet pas d'équivalent classique.**
- Il y a deux types principaux d'objets quantiques :
  - ceux à spin entier ($s = 0, 1, 2, \ldots$), qui sont des **bosons**,
  - ceux à spin demi-entier ($s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \ldots$), qui sont des **fermions**.
- L'espace de Hilbert des degrés de liberté interne de spin : $\mathbb{C}^{2s+1}$ pour un spin $s$.
  - $2s + 1$ états possibles de spin pour un objet de spin $s$ (dimension de $\mathbb{C}^{2s+1}$).
  - Représentations du groupe SU(2).
- L'électron, le proton, le neutron... sont de spin $s = \frac{1}{2}$.
  - L'espace de Hilbert $\mathbb{C}^2$ a une base contenant deux éléments : $e_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $e_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.
    Par convention : **$e_+$ représente un spin *haut* et $e_-$ un spin *bas*.**
  - Degrés de liberté d'« espace » + de « spin » : $\mathcal{H}_{\text{électron}} = \mathcal{H}_{\text{espace}} \otimes \mathbb{C}^2$.
  - Les états les plus généraux sont : $\Psi_+ \otimes e_+ + \Psi_- \otimes e_- = \begin{pmatrix} \Psi_+ \\ \Psi_- \end{pmatrix}$,
    avec $\Psi_+, \Psi_- \in \mathcal{H}_{\text{espace}}$, fonctions à valeurs dans $\mathbb{C}$.

# L'expérience de Stern et Gerlach (1922)

- C'est l'une des expériences qui met en évidence le spin de l'électron.
- Le spin interagit avec des champs magnétiques (*via* le facteur gyromagnétique).
- On envoie un faisceau d'électrons dans un champ magnétique non constant.
  ➡ Les fonctions $\Psi_+$ et $\Psi_-$ ne satisfont pas aux mêmes équations.
- On sépare donc le faisceau en deux :
  - une trajectoire vers le haut, décrite par $\Psi_+$,
  - une trajectoire vers le bas, décrite par $\Psi_-$.
- On peut intercepter et étudier le faisceau du haut ou le faisceau du bas…



# La mesure...

- À chaque **observable** est associée un opérateur linéaire autoadjoint $A$.
  Observable = quantité mesurable...
- Le vecteur d'état $\Psi$ du système se décompose sur des vecteurs propres de $A$ :
$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 + \cdots + \Psi_k + \cdots$$
  - $\Psi_k$ est un vecteur propre de $A$ associé à la valeur propre $a_k$ : $A\Psi_k = a_k\Psi_k$,
  - les $a_k$ sont deux à deux différentes, les $\Psi_k$ sont deux à deux orthogonaux.
- On suppose que $\|\Psi\| = 1$.
- **Le résultat de la mesure est une des valeurs propres de $A$** : $a_1, a_2, \ldots, a_k, \ldots$
  Un opérateur autoadjoint n'a que des valeurs propres réelles,
  ➡ les résultats des mesures sont toujours des nombres réels.
- Règle de Born : la probabilité $p_k$ de trouver $a_k$ est $p_k = \|\Psi_k\|^2$.
  ➡ les résultats des mesures ne sont pas déterministes.
- Si le résultat de la mesure est $a_k$ :
  - Après la mesure, l'état du système est proportionnel à $\Psi_k$.
    (Le coefficient de proportionnalité sert à normaliser à nouveau l'état du système)
  - C'est la **réduction** du vecteur d'état (« réduction de la fonction d'onde ») $\Psi \mapsto \Psi_k$.

# Résumé : les postulats

**Postulat 1** L'état d'un système quantique est déterminé (complètement) par un vecteur $\Psi$ dans un espace de Hilbert $\mathcal{H}$.

**Postulat 2** À toute quantité mesurable est associée un opérateur autoadjoint $A$.

**Postulat 3** La mesure ne peut donner que des valeurs propres de $A$.

**Postulat 4** La probabilité de trouver la valeur propre $a_k$ est $p_k = \|\Psi_k\|^2$, dans la décomposition $\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 + \cdots + \Psi_k + \cdots$.

**Postulat 5** Si le résultat de la mesure est $a_k$, le vecteur d'état après la mesure est le vecteur normalisé proportionnel à $\Psi_k$.

**Postulat 6** L'évolution de l'état $\Psi$ dans le temps est gouvernée par l'équation de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(t)}{\partial t} = H\Psi(t).$$

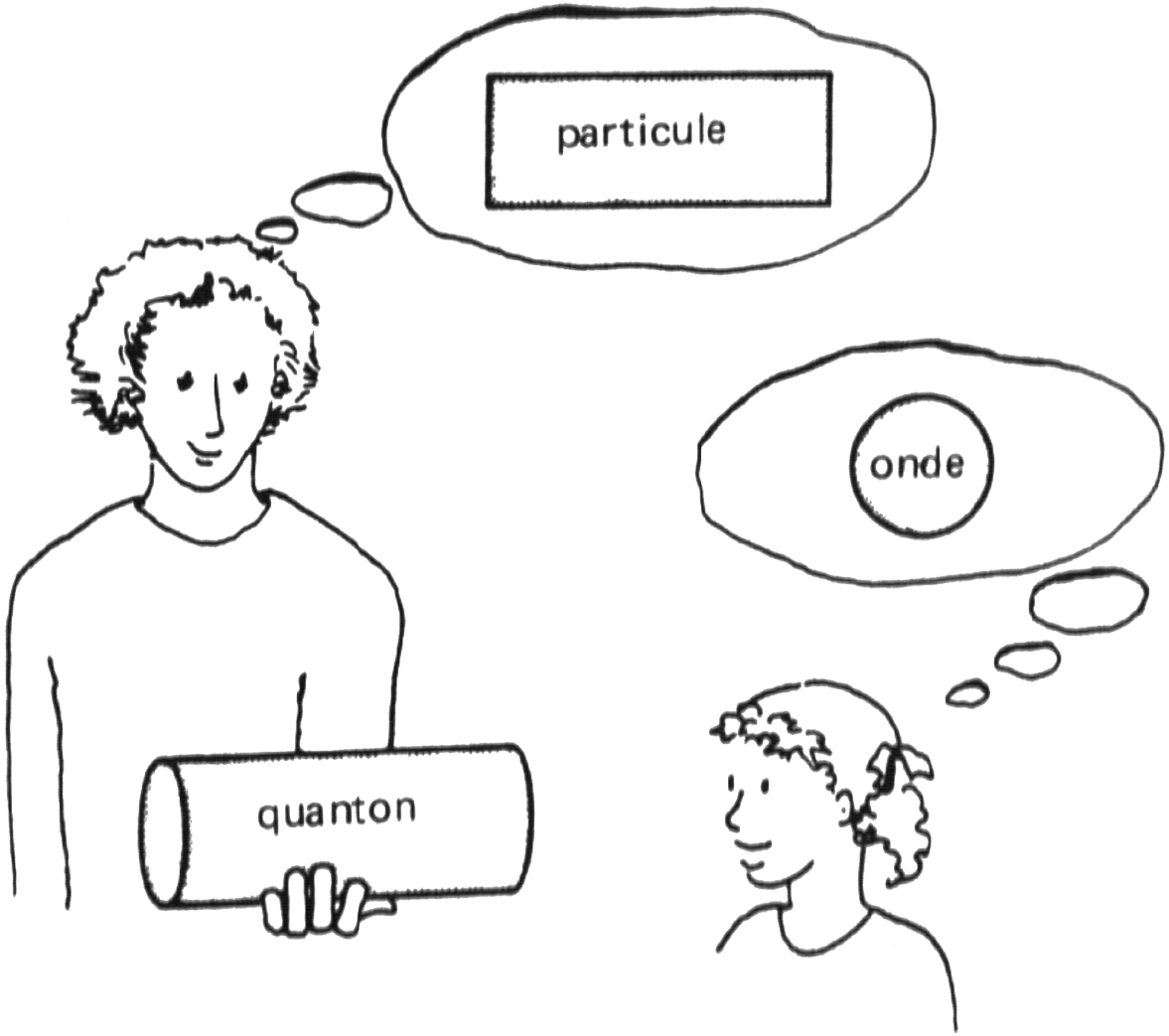
C'est le point de départ de la suite de l'histoire...

# Idées fausses sur la mécanique quantique...

- **La MQ n'est pas une théorie du microscopique.**
  - La constante $h = 6{,}626\,069\,57 \times 10^{-34}$ J s a la dimension d'une action, pas d'une longueur.
    action = énergie × temps = longueur × masse × vitesse
  - Il existe de nombreux systèmes quantiques macroscopiques :
    un bol d'hélium superfluide, cohérence quantiques sur des km, rayonnement du corps noir, étoiles à neutrons...
- **La MQ n'est pas une théorie « spatio-temporelle ».**
  - Problèmes d'interprétation lorsqu'on veut « localiser » les objets quantiques.
  - Il existe des phénomènes qui bousculent notre vision de l'espace :
    condensats de Bose-Einstein, expériences EPR...
- **La MQ ne se résume pas à la dualité onde-corpuscule.**
  - Le formalisme (espaces de Hilbert) explique cette apparente dualité.
    ($\simeq$ changement de base)
  - Ce formalisme contient d'autres aspects : spin, états intriqués...

# Quand on veut...

Il est préférable de parler de **quanton** pour décrire un objet quantique.




Voir Lévy-Leblond et Balibar, *Quantique : rudiments*, 1984

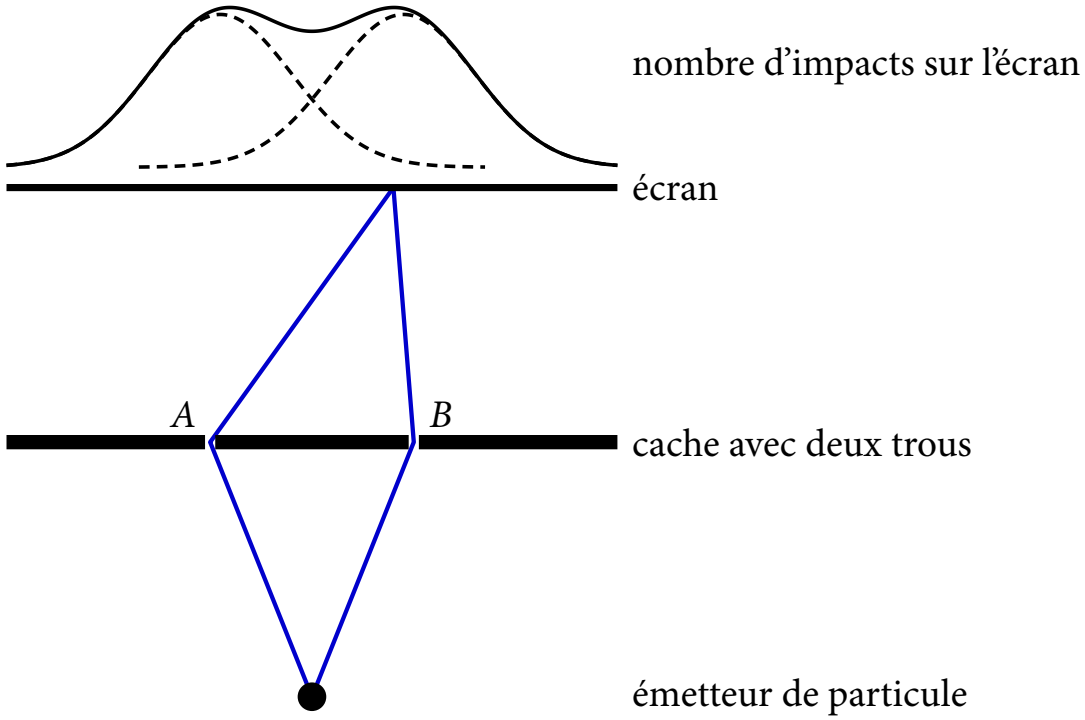
1 Les acquis antérieurs

2 La genèse de la mécanique quantique

3 Généralités sur la mécanique quantique

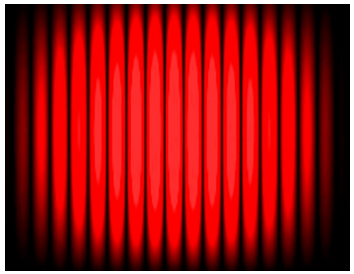
4 Développements plus récents

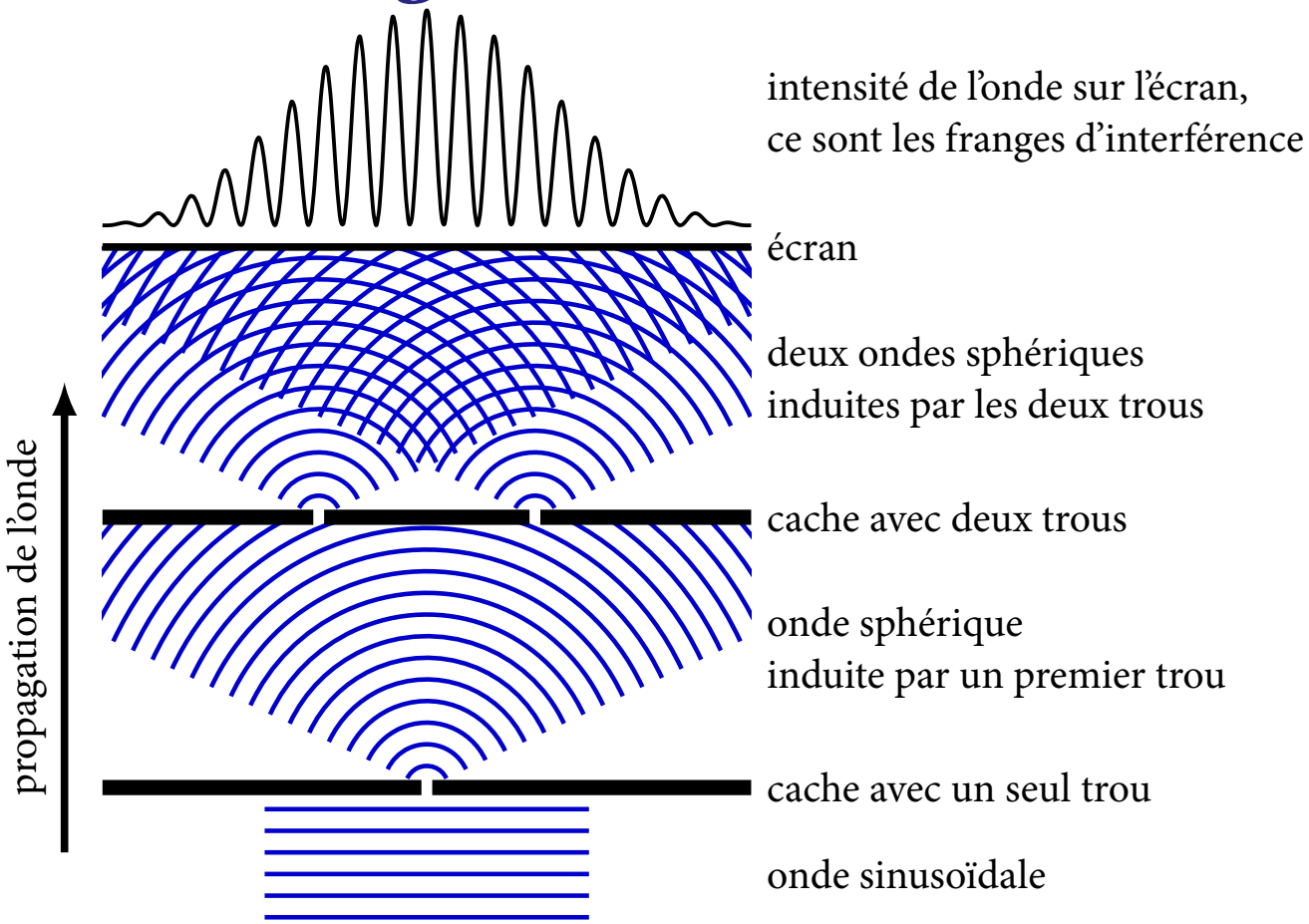
# Les fentes d'Young : le cas corpusculaire...




- Chaque particule émise passe par l'**un des deux trous**.
- Elle produit un impact sur l'écran **en un seul point**.
- La collecte de nombreux impacts donne une courbe en double cloche. (somme des courbes en cloche en pointillés)
- Manifestation typique d'un comportement **corpusculaire**.

# Les fentes d'Young : le cas ondulatoire...

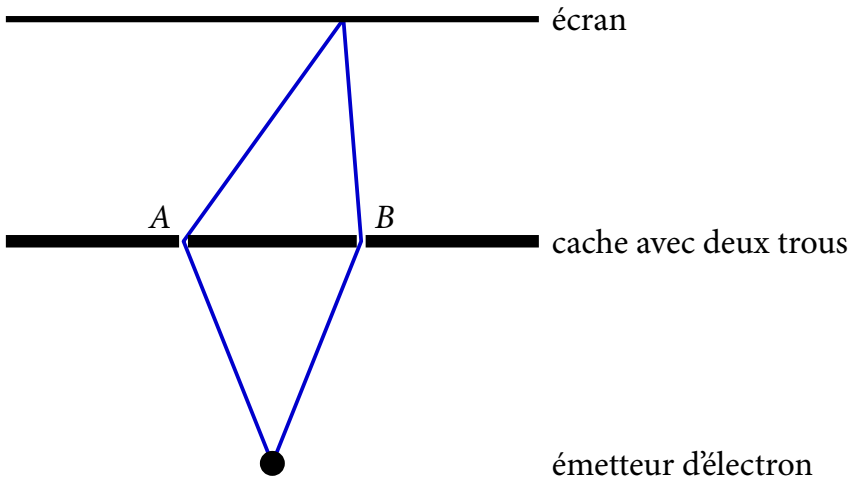


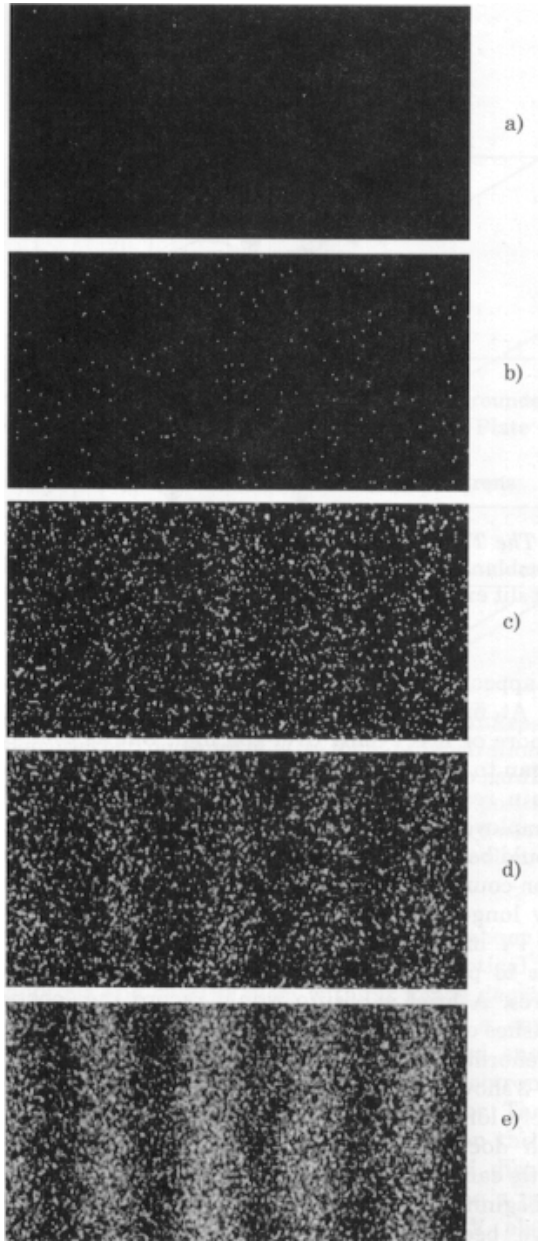



- L'onde diffracte au niveau de chaque trou.
- Les deux ondes diffractées après le cache à deux trous **interfèrent sur l'écran**.
- L'amplitude de l'onde sur l'écran montre des **franges d'interférences**.
- Manifestation typique d'un comportement **ondulatoire**.

# Les fentes d'Young : le cas des électrons...

- La nature ondulatoire de l'électron a été expérimentalement vérifiée dès 1927.
- En 1976, Merli, Missiroli, Pozzi, puis en 1989, Tonomura, Endo, Matsuda, Kawasaki, Exawa, réalisent l'expérience avec **un seul électron à la fois**.

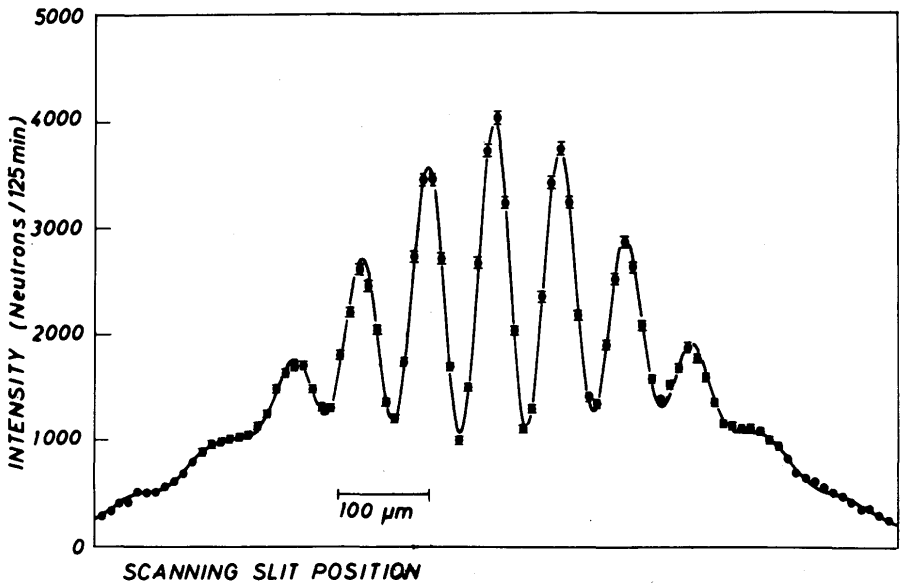


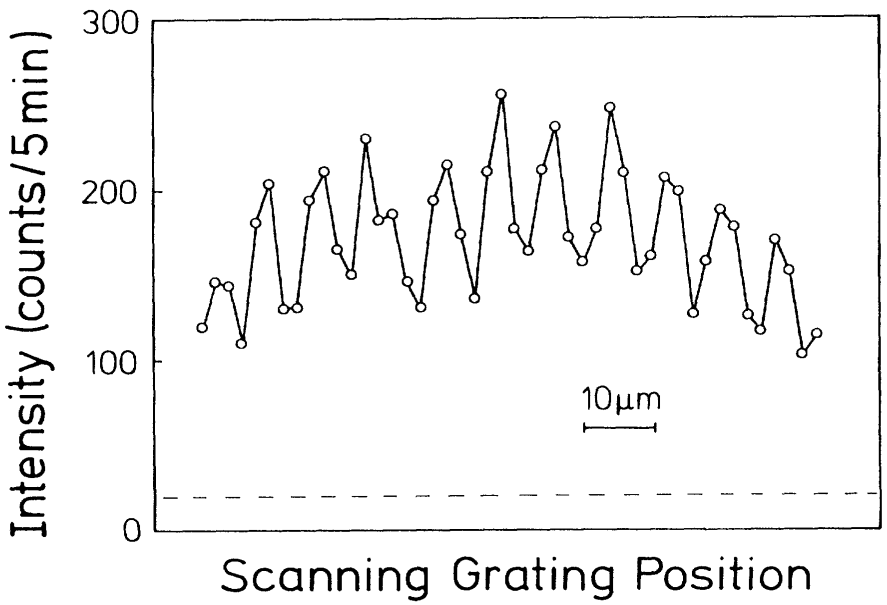




- Ils accumulent les arrivées d'électrons sur l'écran : a), b), ..., e)
- Une figure d'interférence apparaît **petit à petit**.

# Les fentes d'Young : le cas quantique...

L'expérience a été réalisée avec des **neutrons** (à gauche) et des **atomes** (à droite).




Neutrons : Gähler et Zeilinger, « Wave-optical experiments with very cold neutrons », 1991

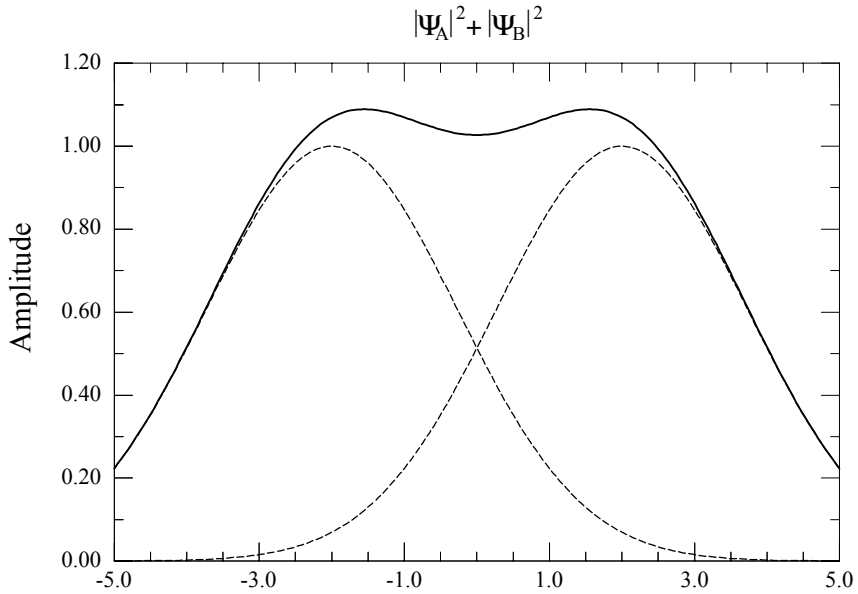
Atomes d'hélium : Carnal et Mlynek, « Young's double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer », 1991

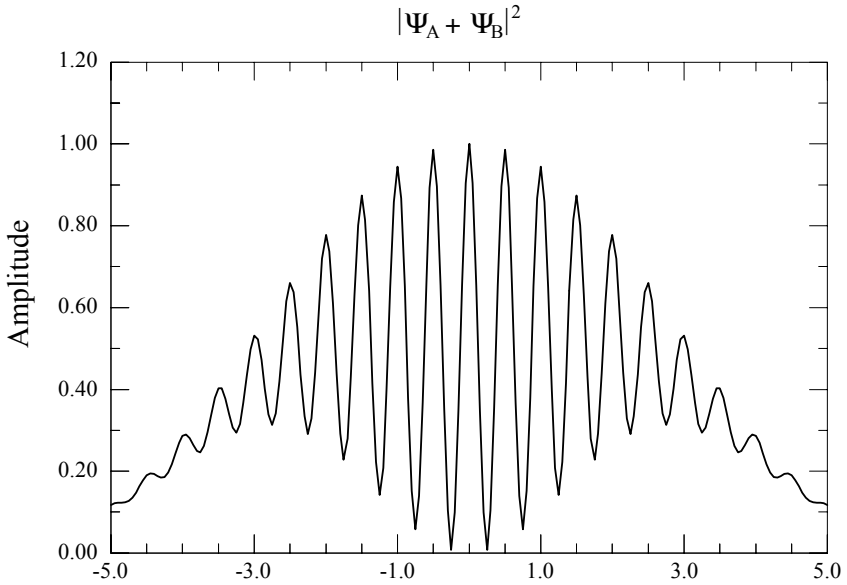
## Molécule $C_{60}$ :

Arndt et al., « Wave–particle duality of $C_{60}$ molecules », 1999

# Détecter par où passe le quanton ?

- On ajoute des détecteurs $D_A$ et $D_B$ derrière les trous $A$ et $B$.
  Ces détecteurs enregistrent le passage du quanton mais ne l'interceptent pas.
- Lorsque $D_A$ détecte le quanton, $D_B$ ne détecte rien, et réciproquement.
- **La détection du quanton détruit l'état de superposition** :
  $\Psi_A + \Psi_B \rightarrow \Psi_A$ ou $\Psi_B$.
- La figure obtenue sur l'écran est la courbe continue de la figure de gauche : elle correspond à $\|\Psi_A\|^2 + \|\Psi_B\|^2$.
- Rappel : l'interférence (figure de droite) correspond à
  $\|\Psi_A + \Psi_B\|^2 = \|\Psi_A\|^2 + \|\Psi_B\|^2 + \langle \Psi_A, \Psi_B \rangle + \langle \Psi_B, \Psi_A \rangle$.



# Onde ou corpuscule ?

- Pour avoir interférence, il faut que le quanton **passe par les deux trous à la fois**.
  Le quanton doit être superposition d'états : $\Psi_A + \Psi_B$.
- Si on détecte par où passe le quanton, on détruit l'état de superposition.
  Après détection : $\Psi_A$ ou $\Psi_B$.
- **L'expérience avec et sans les détecteurs n'est donc pas la même.**
  - Sans les détecteurs, l'électron a un comportement ondulatoire.
  - Avec les détecteurs, l'électron a un comportement corpusculaire.

## Dualité onde-corpuscule ?

- **Comportement corpusculaire :**
  - L'émission et l'absorption d'un quanton se fait par « paquets » insécables.
  - On ne détecte jamais un « morceau de quanton ».
- **Comportement ondulatoire :**
  - La probabilité de détecter un quanton à un endroit reproduit une figure d'interférences.
  - Le quanton « passe par les deux trous ».

# Expérience à choix retardé : principe

- Expérience de pensée proposée par Wheeler en 1978.
  - On part d'une expérience des fentes d'Young avec un quanton.
  - On laisse le quanton « passer » les fentes.
  - On décide alors ou non de placer des détecteurs pour déterminer le chemin suivi.

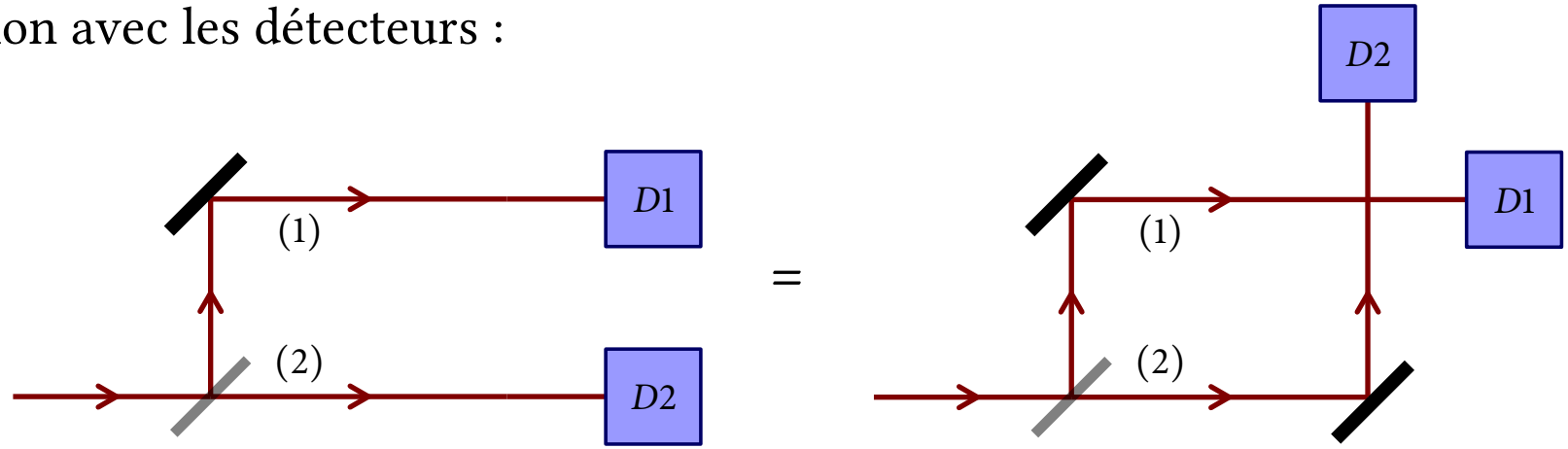
- D'après ce qu'on a vu :
  - sans les détecteurs, le quanton se comporte comme une onde ;
  - avec les détecteurs, le quanton se comporte comme un corpuscule.

  ➙ Quel comportement dans l'expérience à choix retardé ?

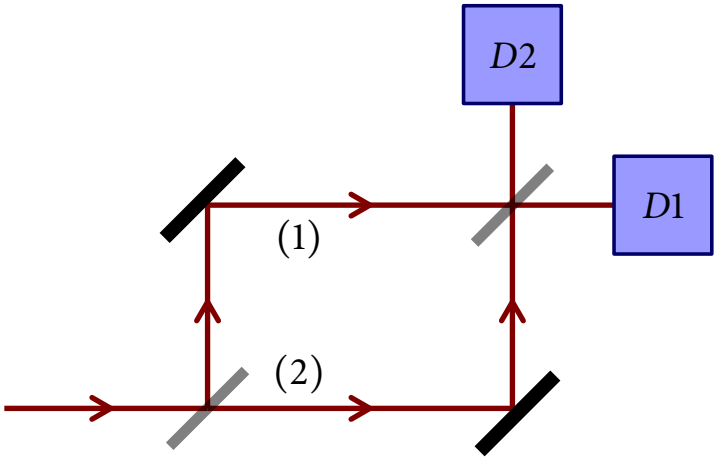
- Les premières expériences concrètes datent des années 1985.
- Elles reposent sur une configuration modifiée de l'expérience des fentes d'Young.

# Expérience à choix retardé : configuration

- Version avec les détecteurs :



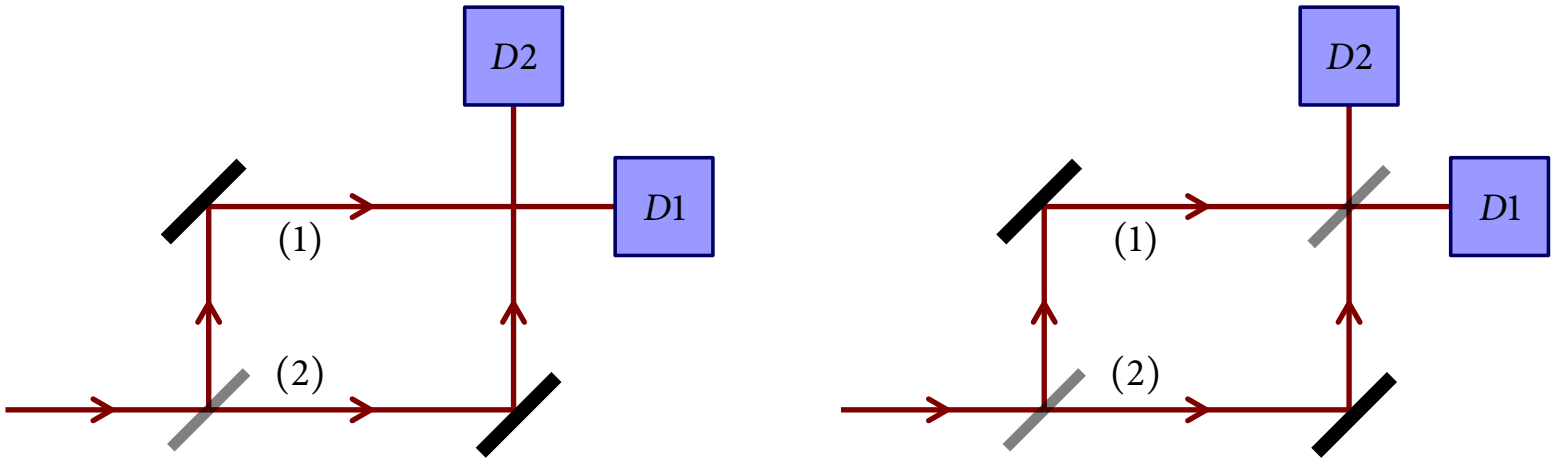

- Version sans les détecteurs :




En ajustant la longueur relative des chemins (1) et (2), on peut s'arranger pour que $D1$ capte *tous* les photons et $D2$ aucun (et réciproquement)...

- Les traits noirs représentent des miroirs.
- Les traits transparents représentent des lames semi réfléchissantes (*beam split*).
- $D1$ et $D2$ sont des détecteurs.

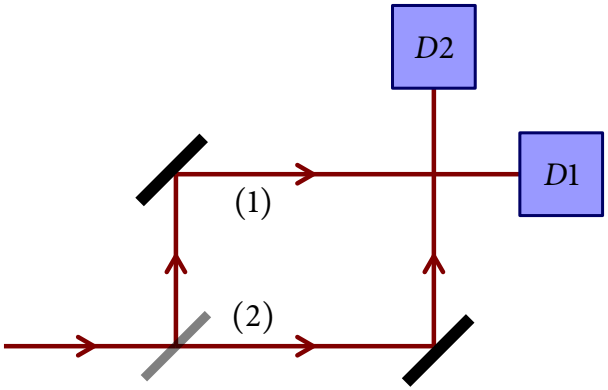
# Expérience à choix retardé : réalisation pratique

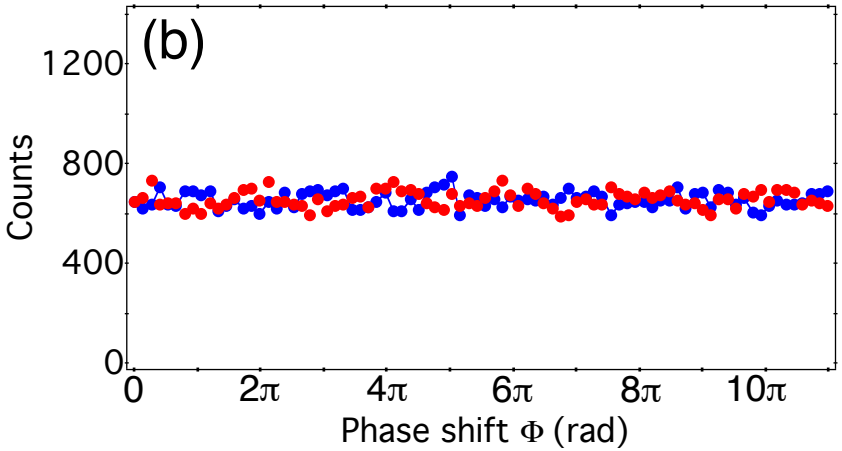



- Le photon passe par une première lame semi réfléchissante.
- Après cette lame, l'état du système est $\frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_{(1)} + \Psi_{(2)})$.
- Des miroirs réorientent les faisceaux.
- On insère ou non la dernière lame semi réfléchissante **après** que le photon ait traversé la première lame, et **avant** qu'il atteigne le croisement…
  - Situation de gauche : l'un des détecteurs $D1$ ou $D2$, et **un seul**, détecte le photon. On peut donc dire si le photon est passé par (1) ou par (2).
  - Situation de droite : une lame semi réfléchissante mélange les deux faisceaux. $D1$ et $D2$ détectent donc une **interférence** du photon avec lui même. (La courbe d'interférence est visible si on modifie la longueur d'un des faisceaux.)

# Expérience à choix retardé : résultats

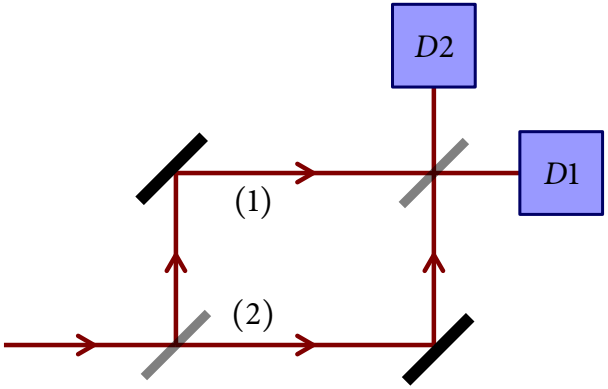
Si on ne retient que les événements « détecteurs » :

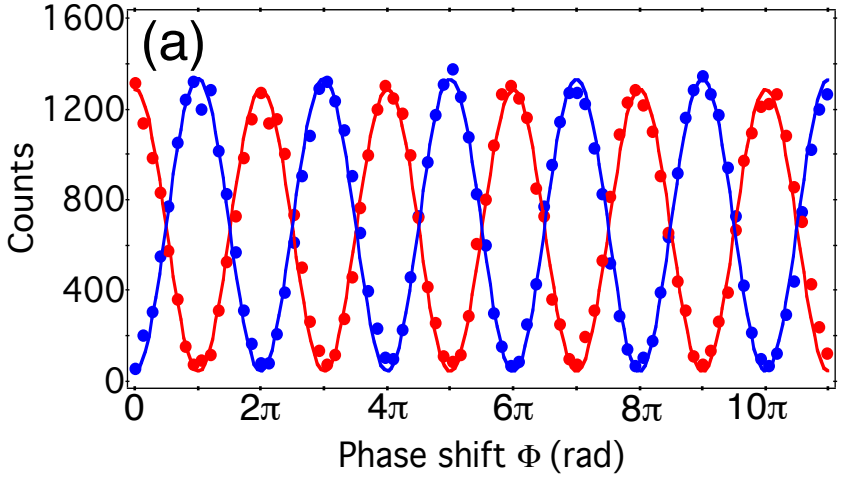



➡ Chaque détecteur reçoit 50% des photons, indépendamment du déphasage...

Si on ne retient que les événements « interférence » :




➡ Chaque détecteur reçoit un photon en fonction du déphasage introduit...

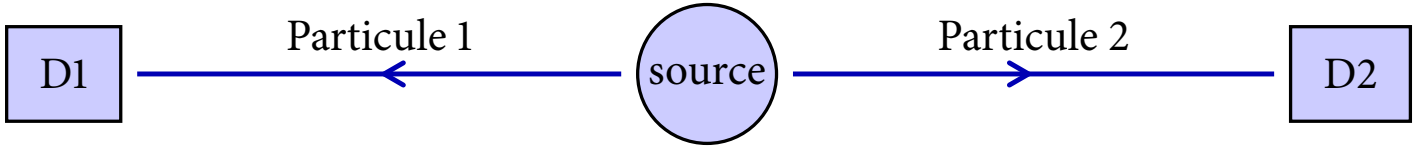
Thus one decides the photon shall have come by one route or by both routes after it has already done its travel.
(J. A. Wheeler.)

(Ainsi, on décide que le photon est passé par une voie ou par les deux voies après qu'il ait déjà fait son voyage.)

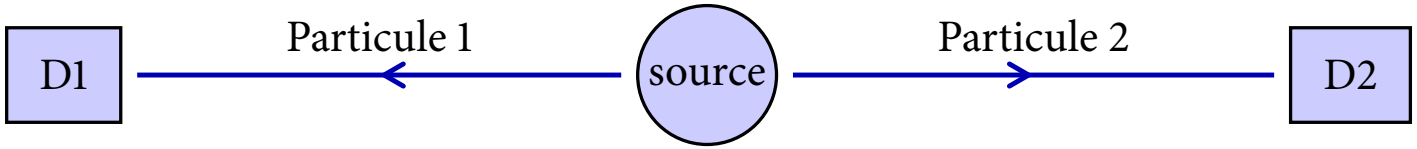
# Les expériences d'intrication (EPR)

- L'**intrication** est un phénomène très important en mécanique quantique.
  ➙ Au cœur des expériences de type EPR (Einstein, Podolsky et Rosen).
  Einstein, Podolsky et Rosen, « Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete ? », 1935
- Une source émet un couple de particules dans deux directions opposées.
- Chaque particule porte un spin $\frac{1}{2}$ et l'état initial de la source est de spin 0.
- Par conservation du spin, les deux particules portent des spins opposés :
  - si la particule 1 est dans l'état $\Psi_{1+}$, alors la particule 2 est dans l'état $\Psi_{2-}$,
  - si la particule 1 est dans l'état $\Psi_{1-}$, alors la particule 2 est dans l'état $\Psi_{2+}$.
- On a donc deux états possibles pour décrire les **deux** particules :
  $\Psi_{1+} \otimes \Psi_{2-}$ et $\Psi_{1-} \otimes \Psi_{2+}$ ($\Psi_{1+} \otimes \Psi_{2+}$ et $\Psi_{1-} \otimes \Psi_{2-}$ interdits par conservation du spin)
- L'état du système est une superposition de ces deux états (état intriqué) :

$$\Psi_{\text{Système}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \Psi_{1+} \otimes \Psi_{2-} + \Psi_{1-} \otimes \Psi_{2+} \right)$$



# Les expériences d'intrication (EPR) : réalisation

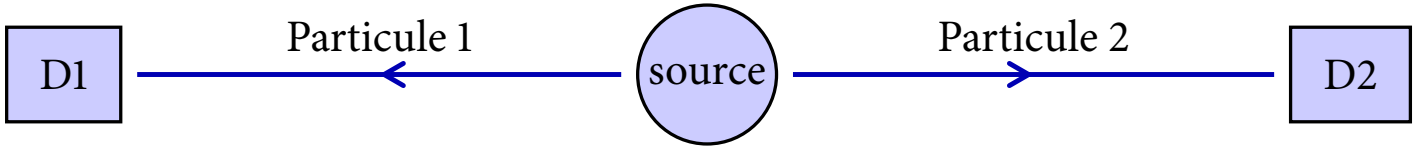



$$\Psi_{\text{Système}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\Psi_{1+} \otimes \Psi_{2-} + \Psi_{1-} \otimes \Psi_{2+}\right)$$

- Le détecteur $D1$ mesure le spin de la particule 1 :
  - s'il trouve +, l'état du système après la mesure est $\Psi_{1+} \otimes \Psi_{2-}$,
    ➡ une mesure de $D2$ donne $-$ ;
  - s'il trouve $-$, l'état du système après la mesure est $\Psi_{1-} \otimes \Psi_{2+}$,
    ➡ une mesure de $D2$ donne +.

  ➡ Les expériences prouvent ce fait.
- La distance entre $D1$ et $D2$ peut être assez grande pour qu'aucun signal, au sens de la relativité restreinte, ne puisse se propager de $D1$ à $D2$ entre les deux mesures.

# Comment Einstein voit les choses...




- Les deux particules sont séparées de telle façon qu'aucune information ne puisse être transmise entre 1 et 2 juste après la mesure...
  ➡ La mesure sur la particule 1 ne peut pas influencer l'état de la particule 2...
- Après la mesure du spin sur la particule 1, la particule 2 a un spin fixé.
  - On connaît donc l'état de 2...
  - Mais cet état n'a pas pu être influencé par la mesure sur la particule 1...
  - Donc cet état était **fixé** avant l'expérience sur la particule 1...
- Mais le formalisme quantique indique que l'état $\Psi$ du système ne fixe pas ce spin !
- Conclusion d'Einstein :
  **la description quantique (par $\Psi$) de l'état d'un système n'est pas complète**.

Le raisonnement d'Einstein est-il correct ?

# Classique ou quantique ?

Deux hypothèses peuvent être posées sur cette expérience :

1. L'état de spin de chaque particule est déterminé avant la mesure :
   - la mesure ne fait que « révéler » l'état + ou − ;
   - les corrélations sont expliquées puisqu'au départ les états sont opposés ;
   - dans cette conception, les deux particules sont isolées l'une de l'autre…
2. L'état de spin de chaque particule n'est pas déterminé avant la mesure :
   - la mesure « choisit » (ou « détermine ») l'état + ou − ;
   - les corrélations sont expliquées par réduction de l'état *total* du système ;
   - cela correspond aux explications (techniques) de la mécanique quantique.

- La première hypothèse est celle défendue par Einstein.
  C'est le **déterminisme classique**.
- La seconde hypothèse est défendue par Bohr et son école.
  Elle correspond aux **mathématiques usuelles de la mécanique quantique**.
- Le déterminisme classique requiert de compléter la mécanique quantique :
  - L'état $\Psi$ ne détermine pas complètement le système.
  - Il existe donc des « paramètres » qui complètent la description donnée par $\Psi$.
  - C'est ce qu'on appelle des **variables cachées**.
    (Ici ces variables « représentent » l'état du spin dès le départ)

# Variables cachées?

- Les **variables cachées** semblent indiquer que le hasard de la mécanique quantique est du type du hasard de la physique statistique :
  - Pression, volume, température *vs* positions et vitesses des molécules d'un gaz.
  - $\Psi$ décrirait l'état « globalement » par manque de « données » plus précises.

- Bell détermine en 1964 des **inégalités** qui discriminent entre le comportement quantique et le comportement avec variables cachées locales.
  (Corrélations de mesures dans différentes directions du spin)
- **Aucune théorie contenant des variables cachées locales ne peut reproduire les prédictions de la mécanique quantique.**
  - Variables cachées locales : les variables ajoutées respectent le principe du réalisme local.
  - Réalisme local : les objets ont des propriétés objectives pré-existantes
    et principe de localité (les relations de cause à effet vont moins vite que la lumière).

# Expériences EPR : tester les inégalités de Bell

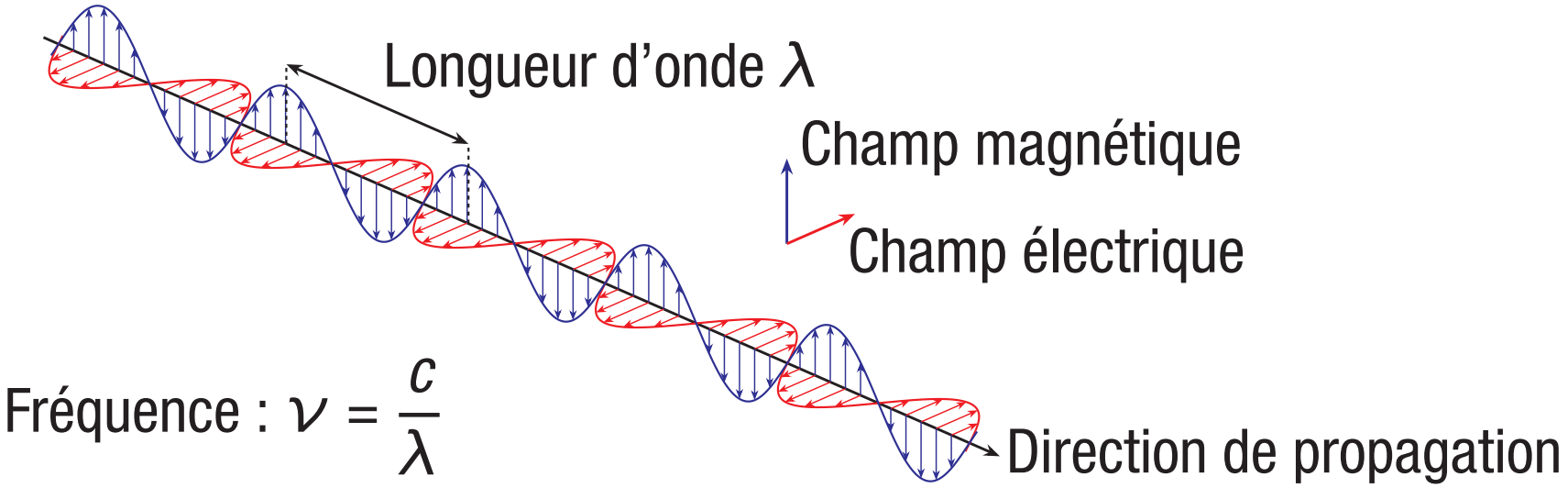
- Les inégalités de Bell permettent de proposer des expériences (dites EPR) qui distinguent le déterminisme classique du « comportement quantique ».
- Toutes les expériences EPR penchent en faveur du comportement quantique.
- La première expérience convaincante est celle d'Aspect en 1982.
- **Les théories à variables cachées locales sont donc réfutées.**
- La mécanique quantique est déclarée **non locale**.
  - La « réalité » est décrite par l'état intriqué, et non par deux états **localisés**.
  - Les particules ne sont plus « individualisées » : elles sont « inséparées ».
  - L'espace-temps n'est pas son cadre naturel : la description se fait dans l'espace de Hilbert.

# Conclusions

- La mécanique quantique a des fondations mathématiques solides.
- Pourtant beaucoup de problèmes sur ses fondements demeurent.
  - Statut de la mesure
  - Relation avec la mécanique classique.
- L'histoire de la mécanique quantique n'est donc pas terminée !
- Son enseignement est exigeant :
  - Éviter la « proto-histoire » (dualité onde-particule, monde microscopique...).
  - Prendre en compte les derniers développements (non localité...)
  - Présenter le cadre mathématique de façon complète et correcte (produits tensoriels...).

# Les ondes électromagnétiques

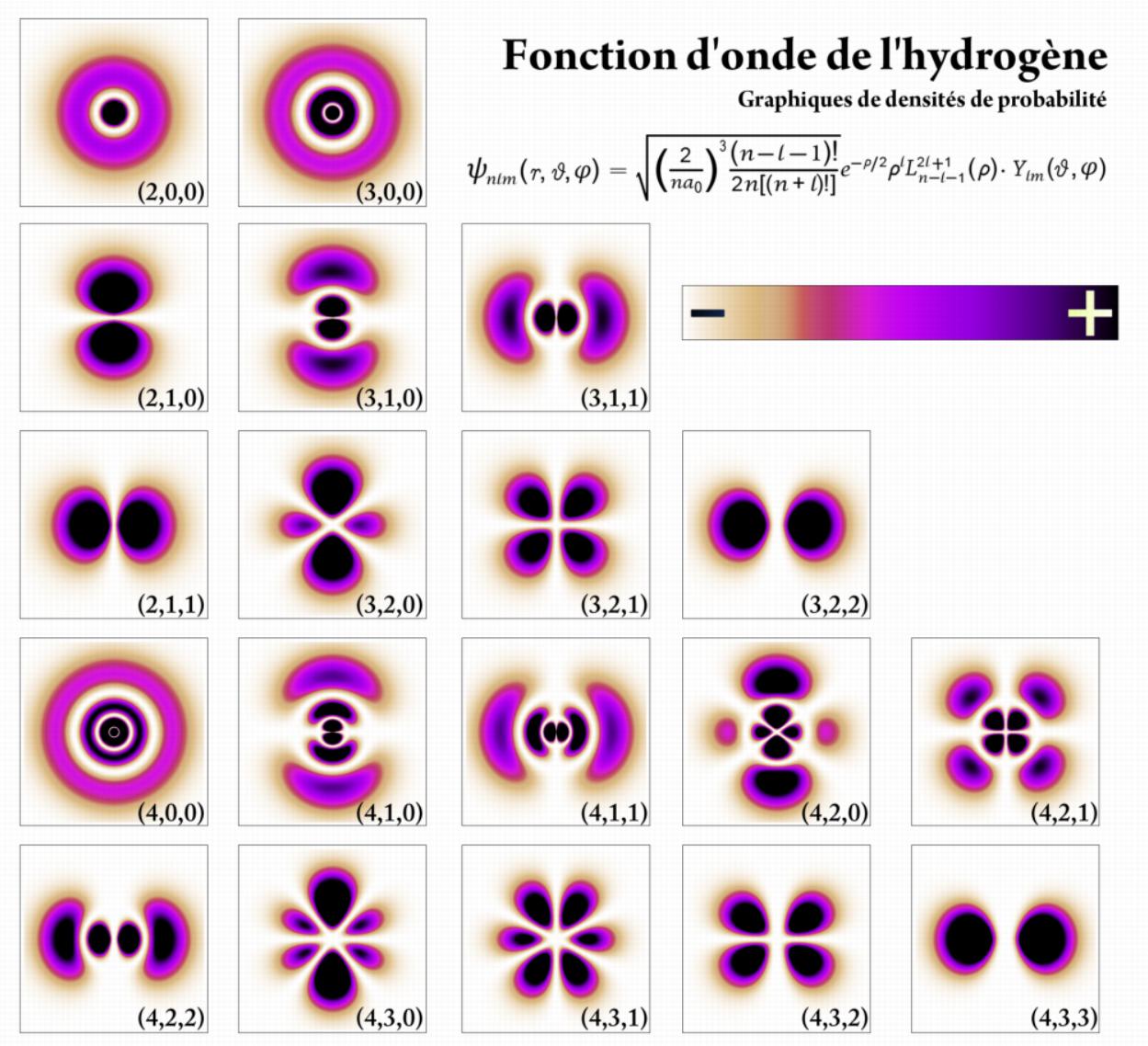
Entre 1886 et 1888, Heinrich Rudolf Hertz réalise le premier émetteur et le premier récepteur d'ondes électromagnétiques, ouvrant ainsi la voie vers la télégraphie sans fil et la radio...




La lumière est une onde électromagnétique : $380\,\mathrm{Hz} \leq \nu \leq 750\,\mathrm{Hz}$

# Les orbitales atomique de l'atome d'hydrogène

Atome d'hydrogène : $\rho = \frac{r}{na_0}$, $a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{\mu e^2}$, $E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{\mu e^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2}$, $n = 1, 2, \ldots$



# La mesure reculée

- von Neumann avait attiré l'attention sur le point suivant :
  - On étudie un système $S$ décrit par un état $\Psi_S$.
  - On veut mesurer une grandeur de ce système avec un appareil $A_1$.
  - L'appareil est un « objet physique », qui fait donc partie de la mécanique quantique.
  - On a donc un état commun, système et appareil : $\Psi_{S+A_1}$.
  - Pour « lire » la mesure, il faut faire une mesure sur cet état…
  - Donc on ajoute un appareil $A_2$ : $\Psi_{S+A_1+A_2}$.
  - *etc.*
  - Quel est l'appareil ultime qui projette l'état et « réalise » la mesure ?
  - von Neumann propose que ce soit la conscience humaine.

- Schrödinger veut montrer l'absurdité de cette approche.
  - Il imagine une boîte close qui contient un appareil et un chat.
  - L'appareil répond à la désintégration radioactive d'un élément (actif) quelconque.
  - Si l'élément se désintègre, un marteau brise une fiole d'un gaz mortel.
  - On attend un certain temps…

# Le chat de Schrödinger

- La désintégration radioactive est un phénomène purement quantique.
- À un instant $t$, l'état de l'atome est
$$\Psi_{\text{atome}} = \alpha(t)\Psi_{\text{intact}} + \beta(t)\Psi_{\text{désintégré}},$$
avec $|\alpha(t)|^2 + |\beta(t)|^2 = 1$.
- L'état du système « atome + chat » est
$$\Psi_{\text{atome + chat}} = \alpha(t)\Psi_{\text{intact}} \otimes \Psi_{\text{vivant}} + \beta(t)\Psi_{\text{désintégré}} \otimes \Psi_{\text{mort}}$$
- Selon von Neumann, tant que la boîte n'est pas ouverte, il en est ainsi.
- Au moment où une « conscience » ouvre la boîte, il y a réduction de cet état vers l'une des deux possibilités : $\Psi_{\text{intact}} \otimes \Psi_{\text{vivant}}$ ou $\Psi_{\text{désintégré}} \otimes \Psi_{\text{mort}}$.
- L'avis de Bohr :
  - l'appareil et le chat sont classiques,
  - la réduction à eu lieu à ce niveau (voire avant...).

- Remarque : l'état $\Psi_{\text{atome + chat}}$ est un état intriqué non factorisable.
L'article de Schrödinger a été écrit à la suite de longues discussions avec Einstein en 1935 après la publication de l'article EPR.

# Le problème de la mesure

Le problème de la mesure peut se résumer en quelques points :

- On a deux processus d'évolution non compatibles :
  - L'évolution selon l'équation de Schrödinger : causale et déterministe.
    ➡ De la forme $\Psi(t) = U(t)\Psi(0)$ pour un opérateur unitaire $U(t)$.
  - L'évolution lors d'une mesure : non causale et non déterministe.
    ➡ De la forme $\Psi \mapsto \Psi_k$ avec une probabilité $p_k = \|\Psi_k\|^2$.
- Où s'arrête l'un et ou commence l'autre ?
- Qu'est-ce qu'une mesure ? Faut il une intervention humaine ?
- Qu'est-ce que la mécanique classique vis-à-vis de la mécanique quantique ?
- L'évolution unitaire (Postulat 6) est *mathématiquement* en contradiction avec la réduction de l'état (Postulat 5).
- Si l'état $\Psi$ décrit *tout le système*, alors d'où vient l'aspect probabiliste ?
- Le résultat d'une mesure est unique alors que l'état décrit une superposition. Qu'est ce qui fait disparaître les superpositions quantiques ?

# Comprendre la mesure ?

On peut essayer de « comprendre » et de décrire le processus de mesure.

- L'état d'un système est $\Psi_S^0$ au départ.
- On souhaite réaliser une mesure correspondant à une observable $A$.
- On met en « contact » cet état avec une appareil de mesure qui « réalise $A$ ».
  - L'état initial de l'appareil est $\Psi_A^0$ ➡ on démarre avec l'état $\Psi_S^0 \otimes \Psi_A^0$.
  - Les états (orthonormés) possibles de l'appareil sont ceux donnés par les possibilités de lecture des valeurs propres de $A$ : $\Psi_{A,1}, \dots, \Psi_{A,k}, \dots$ où $\Psi_{A,k}$ est associé à la valeur propre $a_k$.
    ⚠ $A$ n'agit pas sur l'espace de Hilbert des $\Psi_A$ !
- Le contact « système-appareil » est une interaction, qui fait évoluer l'état initial. On a symboliquement (évolution unitaire) :

$$\Psi_S^0 \otimes \Psi_A^0 \quad \longrightarrow \quad \Psi_{S,1} \otimes \Psi_{A,1} + \cdots + \Psi_{S,k} \otimes \Psi_{A,k} + \cdots \quad \text{➡ état intriqué !}$$

- La mesure est censée « sélectionner » ou « désigner » (ou ?) la composante qui a donné le résultat, par exemple $a_k$. On a symboliquement :

$$\Psi_{S,1} \otimes \Psi_{A,1} + \cdots + \Psi_{S,k} \otimes \Psi_{A,k} + \cdots \quad \longrightarrow \quad \Psi_{S,k} \otimes \Psi_{A,k}$$

- Cette « modélisation » n'est pas équivalente aux postulats de la mesure (pas de $\Psi_A$).
  ➡ Modélisation utile pour essayer de contourner les postulats de la mesure…

# Quelques pistes de réflexion (1)

**Hypothèse 1 :**
La mécanique quantique ne représente pas la réalité.
**La mécanique quantique ne représente que ce que nous en connaissons**.

- Les postulats ne sont que des « axiomes pragmatiques » :
  **ils ne sont pas une exacte représentation de la réalité.**
- Il peut y avoir « contradictions » tant qu'on les cerne, car ce ne sont pas des contradictions de la réalité.
- C'est par exemple l'interprétation de Copenhague (Bohr et son école).
- On ne demande à la mécanique quantique que de prévoir correctement le résultat des expériences…
- Mais est-ce le cas actuellement ? L'aspect probabiliste ne « prédit » pas !
- Restent quelques problèmes « pratiques » :
  - qu'est-ce qu'une mesure ?
  - quand appliquer les Postulats 5 ou 6 ?

# Quelques pistes de réflexion (2)

**Hypothèse 2 :**
La mécanique quantique contient des éléments de réalité.
**La mécanique quantique décrit totalement la réalité**.

- L'interprétation des multi-univers d'Everett (« fonction d'onde universelle »).
  - La réalité est décrite par un état unique : la fonction d'onde universelle.
  - Aucune réduction de l'état dans cette approche.

$$\Psi_{S,1} \otimes \Psi_{A,1} + \cdots + \Psi_{S,k} \otimes \Psi_{A,k} + \cdots \quad \longrightarrow \quad \Psi_{S,k} \otimes \Psi_{A,k} \quad \text{n'a jamais lieu...}$$

  - L'état unique est un état de superpositions : notre conscience fait partie de cet état.
  - À chaque mesure, l'Univers entier se « scinde » en des « sous états » : *branching*.
  - Problèmes en vrac : pas de réponse précise à ce qu'est une « mesure », pas de réponse précise à l'aspect probabiliste (probabilités $p_k$), pas compatible avec la relativité restreinte (la simultanéité des événements face au *branching*)...

# Quelques pistes de réflexion (2 suite)

**Hypothèse 2 :**
La mécanique quantique contient des éléments de réalité.
**La mécanique quantique décrit totalement la réalité**.

- La théorie des histoires consistantes (ou cohérentes).
  - Approche technique basée sur les projecteurs pour réconcilier les postulats.
  - L'interprétation est purement probabiliste (probabilités conditionnelles...).
  - L'évolution quantique est une suite d'événements qui forment une *histoire consistante*.
  - Le critère de consistance permet d'éliminer certaines mauvaises interprétations.
  - La « mesure » est considérée comme un « processus » (une histoire) comme les autres.
  - Permet une analyse technique du même type en mécanique classique.
- La théorie de la décohérence (discussion après).

# Quelques pistes de réflexion (3)

**Hypothèse 3 :**
La mécanique quantique contient des éléments de réalité.
**La mécanique quantique n'est cependant pas complète**.

- L'intervention de la conscience comme acte de mesure.
  - Position de von Neumann.
  - 100% anthropocentrique...
- La théorie des ondes pilotes de de Broglie et de Bohm.
  - L'idée est de caractériser l'état du système par une onde (pilote) *et* un corpuscule positionné dans l'espace et le temps dont la trajectoire est induite par cette onde.
  - *Il n'y a pas de mesure* au sens ordinaire !
    ➡ La position du corpuscule désigne un $\Psi_{S,k} \otimes \Psi_{A,k}$ et on conserve tout l'état intriqué !
  - C'est une théorie à variables cachées non locales.
  - Théorie incompatible avec la relativité restreinte (pour l'instant).

# Quelques pistes de réflexion (3 suite)

**Hypothèse 3 :**
La mécanique quantique contient des éléments de réalité.
**La mécanique quantique n'est cependant pas complète**.

- Il existe des phénomènes physiques encore inconnus qui expliquent le Postulat 5 :
  - termes non linéaires, effets gravitationnels, processus stochastiques, variables cachées...
  - Problèmes divers :
    - difficile d'être compatible avec ce que prédit déjà la mécanique quantique ;
    - beaucoup de ces théories sont fortement contraintes expérimentalement ;
    - les expériences de type EPR ont éliminé les théories à variables cachées locales.

# Les modèles de décohérence...

- Ces modèles reposent sur les mathématiques de la mécanique quantique.
  - Ils se donnent pour but de voir le Postulat 5 comme une conséquence des autres.
  - Plus généralement : dérivation des lois classiques à partir du quantique.
  - Déterminisme classique *versus* probabilisme quantique.
- L'idée maîtresse : c'est le nombre élevé de degrés de liberté de l'environnement qui fait passer de « superposition » à « alternative ».
- Exemple du chat de Schrödinger :
  - L'appareil et le chat ont un nombre considérable de degrés de liberté : ils forcent la décohérence.
  - Ces modèles permettent de mieux situer le passage du quantique (superposition « vivant » **et** « mort »), au classique (alternative « vivant » **ou** « mort »).
- Des tests expérimentaux ont confirmé certains éléments de ces modèles.
- La décohérence bute sur le problème de l'**unicité** de l'état, ce qu'on appelle l'**objectification**.