

La mesure en mécanique quantique : principes et problèmes

Journée d'étude sur la mesure, Marseille, 20 juin 2017

Thierry Masson

Centre de Physique Théorique

&

Centre d'Épistémologie et d'ERgologie Comparatives



Mon objectif...

La physique classique et la physique quantique partagent les mêmes problèmes :

- Que mesure-t-on ?
- Comment mesure-t-on ?
- À quels « objets » mathématiques correspondent les résultats d'une mesure ?
- La mesure fait-elle partie de la théorie ?

➔ Tentative de réponses pour la MQ...

La mesure en Mécanique Quantique : quelques généralités

- Les problèmes de la mesure en physique classique se posent en MQ.
 - ▶ Définition théorique et pratique de ce qu'on mesure.
 - Ce qu'on mesure doit être défini et calibré.
 - ▶ L'instrumentation et la théorie.
 - Comment mesurer « concrètement » ?
 - La relation instrument / système : perturbations, interactions...
 - ▶ La mesure dans le cadre d'une théorie.
 - À quoi correspond ce qu'on mesure dans la théorie ?
 - Structure mathématique des « observables ».
- D'autres problèmes spécifiquement quantiques s'y ajoutent.
 - ▶ La définition de l'acte de mesure.
 - Système *versus* instrument de mesure : où est la frontière ?
 - ▶ Sa conceptualisation mathématique.
 - Les observables comme opérateurs : valeurs propres et probabilités...
 - ▶ Son statut dans la théorie.
 - La mesure fait l'objet de postulats et nécessite une interprétation.
 - Solution pragmatique (physicien) mais pas épistémologique.

Contenu de l'exposé

- 1 La mesure comme interaction
- 2 La mesure comme postulat en MQ
- 3 La mesure et l'interprétation de la MQ

La mesure comme interaction

- 1 La mesure comme interaction
- 2 La mesure comme postulat en MQ
- 3 La mesure et l'interprétation de la MQ

La mesure est une interaction...

Un évidence : **mesurer nécessite une interaction avec le système.**

- Mesure d'une longueur :
 - ▶ On déplace un mètre étalon le long de la distance à mesurer.
 - ▶ L'interaction se fait par « contact visuel » des bouts du mètre étalon...
 - ▶ On a donc besoin de l'électromagnétisme !
- Mesure d'une masse :
 - ▶ On place le système sur une balance.
 - ▶ L'interaction se fait par la force de gravitation.
 - ▶ Balance type Roberval : on compare avec une masse étalon « à l'équilibre des forces ».
- Mesure du nombre de fourmis dans une fourmilière :
 - ▶ Ouvrir la fourmilière pour compter les fourmis...
 - ▶ Peut-être les endormir pour faciliter le décompte...
 - ▶ Interactions diverses : mécanique, chimique, biologique...

D'autres variantes existent pour ces exemples : toutes requièrent une interaction...

Mesurer = perturber le système ?

Conséquence : **mesurer perturbe et modifie le système.**

- La perturbation peut être infime et donc négligeable.
 - ▶ Mesure de la position d'une planète dans le ciel (lumière du Soleil réfléchi).
 - ▶ Mesure de la vitesse d'une voiture dans un contrôle routier.
 - ▶ Mesure de la masse : on peut remettre le système dans sa position d'origine.
 - ▶ Mesure de la température de la mer avec un thermomètre à mercure.
- La perturbation peut modifier profondément le système.
 - ▶ Mesurer élasticité d'un corps : rupture !
 - ▶ Mesure par radiographie : rayons X, donc risques de détérioration des tissus...
 - ▶ Lac Vostok (lac subglaciaire de l'Antarctique) isolée depuis des millions d'années :
 - forage (4 000 m dans la glace);
 - contamination ?

L'acte de mesure modifie (plus ou moins) l'évolution d'un système...

Mesurer en MQ change *toujours* le système

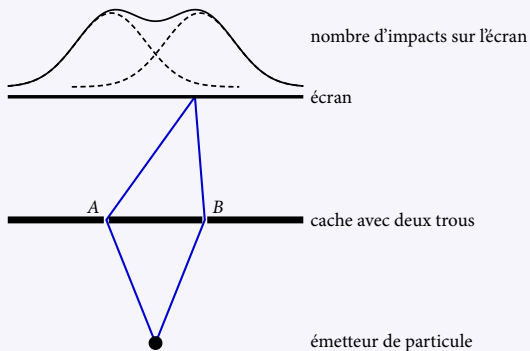
En mécanique quantique, l'acte de mesure modifie le système...

- Collecter de l'information en MQ est une interaction radicale sur le système.
- Après « accès » à l'information mesurée, le système a changé d'état.

On va s'intéresser à l'expérience des fentes d'Young.

- On fait passer un objet (balle de fusil, électron, photon...) à travers deux trous.
- On collecte l'objet sur un écran placé derrière.
- Selon la nature de l'objet on a deux « figures » différentes sur l'écran :
 - ▶ Objet « balistique » : des impacts distribués en forme de cloche.
 - ▶ Objet « onde » : des franges d'interférences.

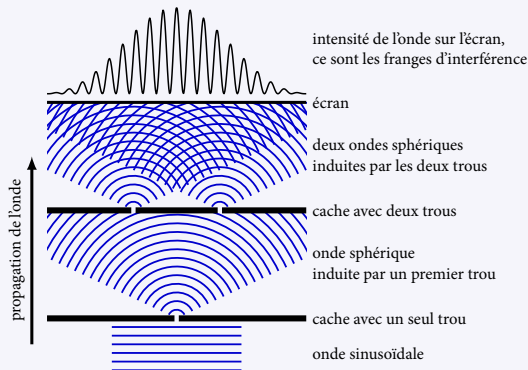
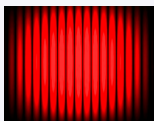
Les fentes d'Young : cas balistique



- Chaque particule émise passe par l'**un des deux trous**.
- Elle produit un impact sur l'écran en un seul point.
- La collecte de nombreux impacts donne une courbe en double cloche. (somme des courbes en cloche en pointillés)
- Typique d'un comportement corpusculaire de la matière...

La mesure comme interaction

Les fentes d'Young : cas ondulatoire



- L'onde diffracte au niveau de chaque trou.
- Les deux ondes diffractées après le cache à deux trous interfèrent sur l'écran.
- L'amplitude de l'onde sur l'écran montre des franges d'interférences.
- Typique d'un comportement ondulatoire...

Les fentes d'Young : cas d'un quanton

Quanton : objet qui a un comportement quantique (photon, électron, atome...)

LEVY-LEBLOND, J.-M. et BALIBAR, F. (1984). *Quantique, Rudiments*. InterEditions, Editions du CNRS

- Chaque quanton est envoyé **un par un**.
- Il produit un impact **unique** sur l'écran.
- La collecte des impacts montre une figure de type « franges d'interférences ».

The most beautiful experiment

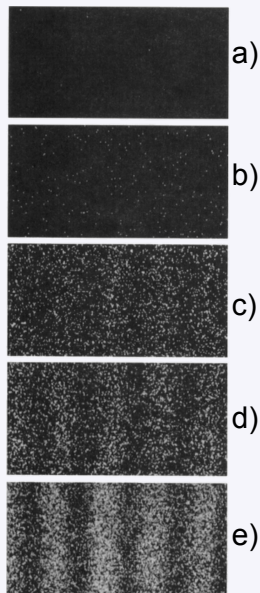
MERLI, P. G., MISSIROLI, G. F. et POZZI, G. (1976). On the statistical aspect of electron interference phenomena. *American Journal of Physics* 44.3, p. 306–307

Ci-contre : expérience pour des électrons.

TONOMURA, A., ENDO, J., MATSUDA, T., KAWASAKI, T. et EZAWA, H. (1989). Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern. *American Journal of Physics* 57.2, p. 117–120

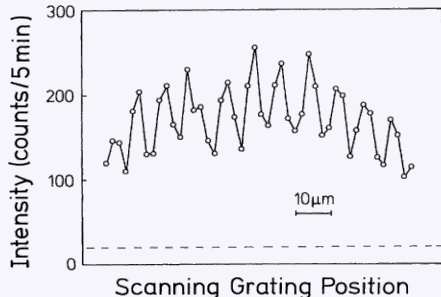
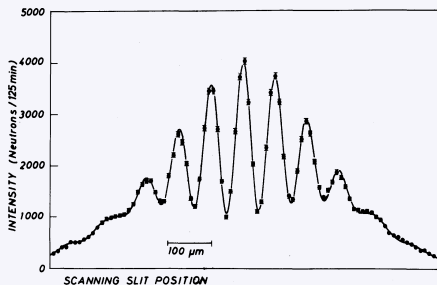
Voir la vidéo pour des photons

JACQUES, V. et al. (2005). Single-photon wavefront-splitting interference. *The European Physical Journal D* 35.3, p. 561–565



Les fentes d'Young : cas d'un quanton

Interférences avec des neutrons (à gauche) et des atomes d'hélium (à droite).



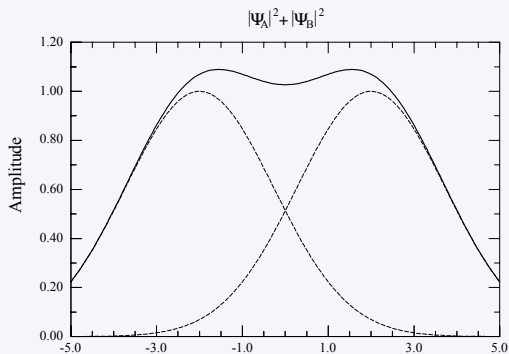
Neutrons : [GÄHLER, R. et ZEILINGER, A. \(1991\)](#). Wave-optical experiments with very cold neutrons. *American Journal of Physics* 59.4, p. 316–324

Atomes d'hélium : [CARNAL, O. et MLYNEK, J. \(1991\)](#). Young's double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer. *Physical review letters* 66.21, p. 2689

Les fentes d'Young : par où passe le quanton ?

On cherche à mesurer (déterminer) par où passe le quanton...

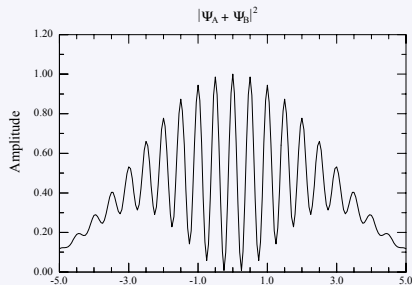
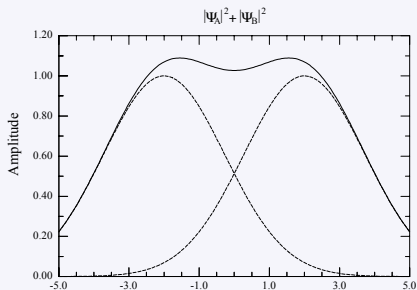
- On peut boucher un trou et s'assurer que le quanton passe par l'autre...
- On obtient l'une des deux courbes en pointillées selon le trou bouché.



2 trous sont ouverts : il y a des zones de l'écran où la particule n'arrive jamais (interférences destructrices), alors qu'avec un seul trou ouvert, la particule peut y parvenir !

Les fentes d'Young : par où passe le quanton ?

- On met des détecteurs D_A et D_B derrière chaque trou .
- Ces détecteurs enregistrent le passage du quanton, mais ne l'intercepte pas.
- Résultats :
 - ▶ Lorsque D_A détecte le quanton, D_B ne détecte rien, et réciproquement.
 - ➔ Comportement corpusculaire de la particule : « vue » à un seul endroit à la fois.
 - ▶ La figure obtenue sur l'écran est la courbe continue de la figure de gauche...
 - ➔ Pas de franges d'interférences (figure de droite).



Les fentes d'Young : mesurer perturbe le système !

- Pour avoir interférence, il faut que le quanton *passe par les deux trous à la fois*.
 - ▶ État Ψ_A : le quanton passe par le trou A
 - ▶ État Ψ_B : le quanton passe par le trou B .
 - ▶ Ce sont les deux états qui contribuent le plus au processus...
- Le quanton est dans un état superposé : $\Psi_A + \Psi_B$.
- Mesurer (détecter) par où passe le quanton détruit l'état de superposition.
- Si le quanton est détecté en A , après la mesure, son état est Ψ_A .
- Sans les détecteurs, le quanton a un comportement ondulatoire.
- Avec les détecteurs, le quanton a un comportement corpusculaire...

Pas la suite, on comprendra comment l'acte de mesure « influence » le système...

La mesure comme postulat en MQ

La mesure comme postulat en MQ

- 1 La mesure comme interaction
- 2 La mesure comme postulat en MQ**
- 3 La mesure et l'interprétation de la MQ

La mesure en physique classique

- État d'un système classique : liste des « coordonnées » à tout instant.
- Ce qu'on mesure « expérimentalement » correspond à une « observable ».
- Une observable est un objet mathématique.
 - ▶ Mécanique de Newton : fonction de x, y, z et de leurs dérivées.
 - ▶ Mécanique de Lagrange : fonction des coordonnées généralisées q_i et de \dot{q}_i .
 - ▶ Mécanique de Hamilton : fonction des coordonnées q_i et des impulsions p_i .

- Exemple de l'énergie cinétique

$$E_c = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 = \frac{1}{2} m \dot{q}^2 = \frac{1}{2m} p^2$$

- Les valeurs possibles de la mesure sont les valeurs possibles de la fonction correspondante.
- Aucun principe n'empêche d'effectuer une mesure simultanée et avec grande précision de deux quantités différentes.
- En physique statistique, on a recours à des moyennes de telles fonctions.
 - ➔ température : $\frac{3}{2} kT = \langle E_c \rangle$ pour un gaz dans la distribution de Maxwell.

L'évolution d'un système quantique « hors mesure »

- État d'un système quantique : vecteur $\Psi(t)$ dans un espace de Hilbert \mathcal{H} .
- Cet état évolue dans le temps selon l'**équation de Schrödinger** :

$$i\hbar \frac{d\Psi(t)}{dt} = H\Psi(t)$$

où H est un opérateur sur \mathcal{H} (autoadjoint) qui « représente l'énergie ».

- Cette équation différentielle est déterministe.

On a ici deux postulats de la MQ :

- l'**état du système**,
- son **évolution**.

Les objets mathématiques « mesurés » en MQ

- Une observable est un opérateur autoadjoint A sur \mathcal{H} .
- Cas de $\mathcal{H} = L^2(\mathbb{R}^3) \rightarrow$ état = fonction d'onde $\Psi(x, y, z, t)$.
 - ▶ Position : X est la multiplication par x (idem pour Y et Z).
 - ▶ Impulsion (\approx vitesse) : $P_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ (idem pour P_y et P_z).
 - ▶ Energie cinétique : $E_c = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) = \frac{1}{2m} (P_x^2 + P_y^2 + P_z^2)$.
- Cas de $\mathcal{H} = \mathbb{C}^2$, degrés de liberté de spin $\frac{1}{2}$.
 - ▶ Spin dans les « directions x, y, z » : $S_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $S_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$, $S_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
 - ▶ Spin total : S tel que $S^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 = \frac{3\hbar^2}{4} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, donc $S = \frac{\sqrt{3}\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- Les valeurs possibles de la mesure sont les valeurs propres de A .
 - ▶ Une valeur propre a de A est un nombre tel qu'il existe un vecteur $\Psi \in \mathcal{H} : A\Psi = a\Psi$.
 - ▶ Tout opérateur autoadjoint s'écrit $A = \sum_i a_i |\Psi_i\rangle\langle\Psi_i|$ (diagonalisation).
 - ▶ Tous les nombres a_i sont réels.

On a ici deux autres postulats de la MQ :

- la notion d'**observable**,
- les **résultats possibles d'une mesure**.

Quelques conséquences...

- Les valeurs propres a_i de A (le spectre) sont discrètes et/ou continues...
 ➔ le mot « quantifié » vient de là...
 - ▶ X et P_x : les valeurs sont tout \mathbb{R} ➔ spectre continu.
 - ▶ S_x, S_y, S_z : les valeurs propres sont $\pm \frac{\hbar}{2}$ ➔ spectre discret.
 Spin haut = $+\frac{\hbar}{2}$ et spin bas = $-\frac{\hbar}{2}$ pour S_z (convention : aucune direction « spatiale »).
- Les observables ne commutent pas toujours (en tant qu'opérateurs) :

- ▶ X et P_x :

$$[X, P_x] = XP_x - P_x X = i\hbar, \quad [X, Y] = [X, P_y] = [P_x, P_y] = 0 \dots$$

- ▶ S_x, S_y, S_z, S :

$$[S_x, S_y] = i\hbar S_z, \quad [S_x, S] = 0 \dots$$

- La non commutativité empêche la diagonalisation simultanée des observables.
 - ▶ Ne permet pas d'attribuer des « valeurs » simultanées à un état.
 Ex. : position et vitesse, S_x et S_y , etc...
 ➔ la position et la vitesse ne sont pas des grandeurs *objectives* de l'état.
 - ▶ Ne permet pas de mesurer « en même temps » certaines observables.
 (avec une précision aussi grande qu'on le souhaite)

Le postulat de l'acte de mesure

Le résultat d'une mesure est une valeur propre d'une observable A :

Quelle valeur propre ?

- L'état du système Ψ donne une information probabiliste.
- Théorème de mathématique : l'état se décompose (de façon unique) comme

$$\Psi = \sum_i c_i \Psi_i \quad \text{où} \quad A\Psi_i = a_i\Psi_i, \quad \|\Psi_i\| = 1, \quad \text{et} \quad c_i \in \mathbb{C}.$$

(ici toutes les valeurs propres a_i sont différentes)

- Le résultat de la mesure de A sur l'état Ψ est a_i avec une **probabilité** $p_i = |c_i|^2$.
- Cette prédiction suppose de répéter « statistiquement » la même mesure.
- Si a_i est trouvée lors de la mesure, l'**état après la mesure est Ψ_i** .
 ➔ C'est la « projection de Ψ sur Ψ_i » (réduction du paquet d'onde...).
- ⚠ Cette projection se fait dans \mathcal{H} , pas dans l'espace « physique » !

On a ici deux autres postulats de la MQ :

- l'**aspect probabiliste**,
- l'**influence de l'acte de mesure**.

Pause...

On fait le bilan des postulats de la MQ et de la place de la mesure...

- 1 Postulat de l'état du système
(vecteur dans un espace de Hilbert).
 - 2 Postulat de l'évolution du système
(équation de Schrödinger).
 - 3 Postulat des observables
(opérateurs autoadjoints).
 - 4 Postulat des résultats possibles d'une mesure
(valeurs propres).
 - 5 Postulat probabiliste sur le résultat d'une mesure
(probabilité associée à chaque valeur propre).
 - 6 Postulat d'évolution lors d'une mesure
(projection sur Ψ_i).
- Mécanique classique : on a 1, 2, 3 et 4...
 - MQ : l'**acte de mesure** nécessite des postulats (4, 5, 6).
 - MQ : **deux évolutions** incompatibles (2 et 6).

La mesure et l'interprétation de la MQ

- 1 La mesure comme interaction
- 2 La mesure comme postulat en MQ
- 3 La mesure et l'interprétation de la MQ**

Les postulats incompatibles...

Les postulats 2 et 6 posent des problèmes profonds.
(évolution par l'éq. de Schrödinger *versus* projection du vecteur d'état)

- Où s'arrête le premier et où commence le second ?

Qu'est-ce qu'un acte de mesure en MQ ?

- ▶ Aucune réponse formelle (mathématique) à ce jour !
- ▶ Problème soulevé par la « chaîne d'expériences de von Neumann ».
- ▶ Problème mis en scène sous forme (cruelle) du chat de Schrödinger.
- ▶ Importance pratique de ce problème pour les ordinateurs quantiques...
- Le physicien (pragmatique) ne se soucie pas de ce problème.
 - ▶ Il sait ce qu'est une expérience et donc un acte de mesure.
 - ▶ La MQ n'est pas la réalité, mais juste une description (\approx interprétation de Copenhague).
- Le philosophe des sciences (rejoint par des physiciens inquiets) reste soucieux.
- L'essentiel des réflexions épistémologiques sur la MQ portent sur ce point.
 - ▶ Expériences de pensées ou réelles,
 - ▶ statut de la théorie vis-à-vis du réel,
 - ▶ « interprétations »...

Quelques questions autour de la mesure...

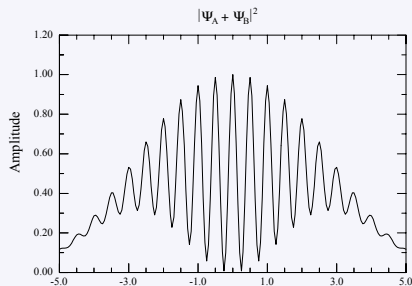
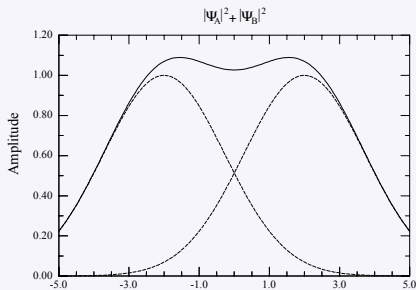
- Les postulats 2 et 6 sont *mathématiquement* incompatibles.
 - ▶ Équation de Schrödinger : évolution unitaire.
 - ▶ Projection du vecteur d'état après mesure : évolution non unitaire.
 - ▶ On ne peut pas déduire l'un de l'autre (au sein du formalisme)...
- La MQ abandonne la description de la mesure comme interaction.
 - ▶ En mécanique classique, on peut décrire l'interaction système / appareil de mesure.
 - ▶ En MQ, l'interaction n'entre pas dans le « formalisme » de la théorie.
Mesure \leftrightarrow observable, mais pas utilisée comme « opérateur »...
 - ▶ La mesure nécessite des postulats supplémentaires.
- La MQ abandonne le déterminisme et la causalité (postulat 5 sur les probabilités).
 - ▶ Équation de Schrödinger : déterministe et causale.
 - ▶ Projection du vecteur d'état après mesure : acausale et indéterministe.
 - ▶ Ce hasard est-il fondamental ou révélateur d'une théorie incomplète ?
« Gott würfelt nicht » (Dieu ne joue pas aux dés), A. Einstein, 1927.

Quelques pistes de réponses ?

- La mesure, c'est quand on utilise un appareil macroscopique...
 - ▶ Il y a des phénomènes quantiques macroscopiques !
 - ▶ L'opposition macro/micro n'est pas pertinente.
*LEVY-LEBLOND, J.-M. et BALIBAR, F. (1984). *Quantique, Rudiments*. InterEditions, Editions du CNRS*
- La mesure, c'est quand on utilise un appareil « classique »...
 - ▶ La MQ doit cohabiter avec la mécanique classique...
 - ▶ Où est la frontière quantique/classique ?
- La mesure est « effectuée » par la conscience humaine...
 - ▶ La conscience est hors du cadre de la physique.
 - ▶ Pourquoi pas l'animisme ? Chaque « chose » pourrait effectuer une mesure !
- La mesure n'existe pas (pas de postulat 6) : interprétation d'Everett...
 - ▶ Problème avec le postulat 5 (probabilités).
 - ▶ Problème avec la relativité restreinte.
- Les modèles de décohérence proposent des approximations du postulat 6.
 - ▶ Ils prennent en compte l'influence de l'environnement du système.
 - ▶ Ils permettent de situer (comprendre) la frontière quantique/classique.
 - ▶ Mais il reste le problème de « l'objectification » (état mélange *versus* état pur...).
*OMNES, R. (1999). *Understanding quantum mechanics*. Princeton University Press*

Retour sur les expériences d'interférences...

- À gauche : résultat de l'expérience si on détecte par où passe le quanton.
- À droite : résultat de l'expérience si on ne détecte pas par où passe le quanton.



- Détecter = mesurer \rightarrow projection de l'état du système.
- Sans mesure au niveau des trous, l'état est une superposition : Ψ_A (le quanton passe par le trou A) + Ψ_B (le quanton passe par le trou B).
- Avec la mesure, l'état est Ψ_A ou Ψ_B (selon le résultat de la mesure).
- Au niveau de l'écran, les états sont donc différents : $\Psi_A + \Psi_B$ versus (Ψ_A ou Ψ_B).

Conclusions

- La MQ hérite des problèmes de la mécanique classique concernant la mesure.
- En MQ, la mesure acquiert un statut plus profond :
 - ▶ La mesure n'est pas décrite dans le formalisme \rightarrow postulats.
 - ▶ La mesure n'est pas « définie » structurellement... on reste dans le flou.
 - ▶ La mesure remet en question nos intuitions et nos « attentes » (classiques).
- D'un point de vue épistémologique, la mesure est un écueil de la MQ.
 - ▶ Les postulats sur la mesure alimentent théories et expériences.
 - ▶ Les postulats sur la mesure alimentent les débats interprétatifs...
- « Et pourtant elle marche ! » (la MQ)...

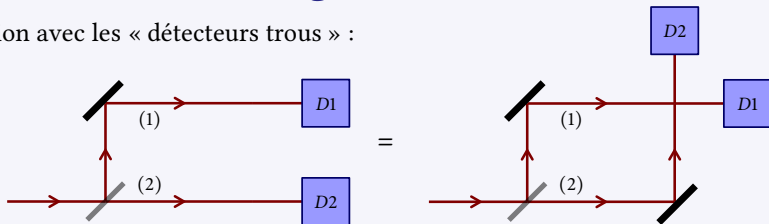
Principe de complémentarité et la mesure

- La nature de la « mesure » produit donc des résultats différents.
- Interprétation « ordinaire » :
 - ▶ Le photon « sait » à l'avance comment se présente l'expérience.
 - ▶ Il se comporte comme une particule si on cherche à mesurer par où il passe.
 - ▶ Il se comporte comme une onde si on ne cherche pas à mesurer par où il passe.
 - ▶ C'est (plus ou moins) le principe de complémentarité de Bohr.
 - ▶ **L'expérience détermine la nature du quanton** (au sens mathématique).
- En 1978, A. Wheeler propose de montrer que ce principe ne tient pas...

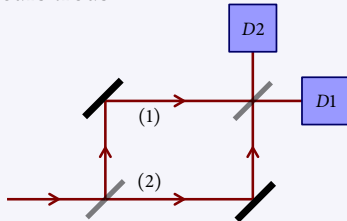
WHEELER, J. A. (1978). « The “Past” and the “Delayed-Choice” Double-Slit Experiment ». In : *Mathematical Foundations of Quantum Theory*. Sous la dir. de MARLOW, A. R. Academic Press, p. 9–48
- Principe : laisser l'expérience « indéterminée » jusqu'à ce que ce que le photon « ait choisi » entre « particule » ou « onde ».
- C'est l'expérience à choix retardé.

Les fentes d'Young sous une autre forme...

- Version avec les « détecteurs trous » :

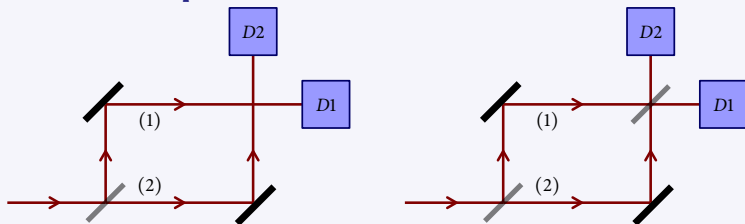


- Version sans les « détecteurs trous » :



- Les traits noirs représentent des miroirs.
- Les traits transparents représentent des lames semi réfléchissantes (*beam split*).
- $D1$ et $D2$ sont des détecteurs.

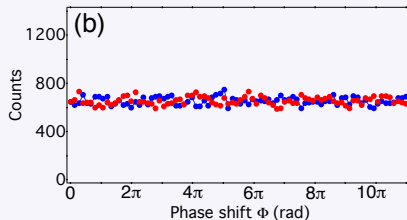
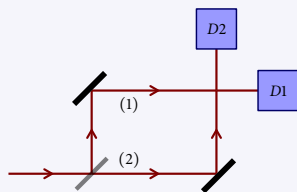
Expériences à choix retardé



- Le photon passe par une lame semi réfléchissante, l'état devient $\frac{1}{\sqrt{2}}(\Psi_{(1)} + \Psi_{(2)})$.
- Des miroirs réorientent les faisceaux.
- Situation de gauche : l'un des détecteurs $D1$ ou $D2$, et *un seul*, détecte le photon. On peut donc dire si le photon est passé par (1) ou par (2) \rightarrow particule.
- Situation de droite : une lame semi réfléchissante mélange les deux faisceaux. $D1$ et $D2$ détectent donc une interférence du photon avec lui même. La courbe d'interférence est visible (en modifiant la longueur des bras) \rightarrow onde.
- Expériences à choix retardé : insérer ou non la dernière lame semi réfléchissante *après* que le photon ait traversé la première lame semi réfléchissante et *avant* qu'il atteigne le croisement...

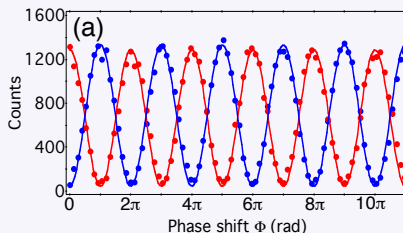
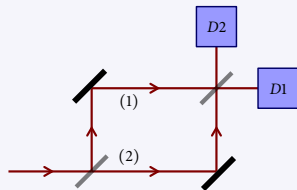
Résultats de l'expérience

Si on ne retient que les événements « détecteurs » :



→ Chaque détecteur reçoit 50% des photons...

Si on ne retient que les événements « interférence » :



→ Chaque détecteur reçoit un photon en fonction du déphasage introduit...

Annexes

Thus one decides the photon shall have come by one route or by both routes after it has already done its travel.

(J. A. Wheeler.)

Les expériences d'intrication

- L'intrication est un phénomène très important en mécanique quantique.
- Au cœur des expériences de type EPR (Einstein, Podolsky et Rosen).
- Une source émet un couple de particules dans deux directions opposées.



- Chaque particule porte un spin $\frac{1}{2}$ et l'état initial de la source est de spin 0.
- Par conservation du spin, les deux particules portent des spins opposés :
 - ▶ si la particule 1 est dans l'état $|1+\rangle$, alors la particule 2 est dans l'état $|2-\rangle$,
 - ▶ si la particule 1 est dans l'état $|1-\rangle$, alors la particule 2 est dans l'état $|2+\rangle$.

(on ignore la dépendance spatiale : on ne travaille que dans $\mathcal{H} = \mathbb{C}^2$)

- On a donc deux états possibles pour décrire les *deux* particules :
 $|1+\rangle|2-\rangle$ et $|1-\rangle|2+\rangle$.
 (Les états $|1+\rangle|2+\rangle$ et $|1-\rangle|2-\rangle$ sont interdits par conservation du spin)

- L'état du système est une superposition de ces deux états :


$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|1+\rangle|2-\rangle + |1-\rangle|2+\rangle)$$

Mesure et projection



$$\text{État du système} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1+\rangle|2-\rangle + |1-\rangle|2+\rangle)$$

- Le détecteur $D1$ mesure le spin de la particule 1 :
 - ▶ s'il trouve +, l'état du système après la mesure est $|1+\rangle|2-\rangle$,
 ➔ une mesure de $D2$ donne - ;
 - ▶ s'il trouve -, l'état du système après la mesure est $|1-\rangle|2+\rangle$,
 ➔ une mesure de $D2$ donne +.
- ➔ Les expériences prouvent ce fait.
- La distance entre $D1$ et $D2$ peut être assez grande pour qu'*aucun signal, au sens de la relativité restreinte, ne puisse se propager de $D1$ à $D2$ entre les deux mesures.*

-  La projection

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|1+\rangle|2-\rangle + |1-\rangle|2+\rangle) \quad \text{vers} \quad |1+\rangle|2-\rangle \quad \text{ou} \quad |1-\rangle|2+\rangle$$

s'effectue dans l'espace de Hilbert \mathcal{H} (ici \mathbb{C}^2), pas dans l'espace « physique ».

➔ Non pertinent de se poser la question d'une « propagation »...

L'hypothèse des variables cachées...

Deux hypothèses peuvent être posées sur cette expérience :

- 1 L'état de spin de chaque particule est déterminé avant la mesure :
la mesure ne fait que « révéler » l'état + ou -.
➔ Les corrélations sont expliquées puisqu'au départ les états sont opposés.
Dans cette conception, les deux particules sont isolées l'une de l'autre...
 - 2 L'état de spin de chaque particule n'est pas déterminé avant la mesure :
la mesure « choisit » l'état + ou -.
➔ Les corrélations sont expliquées par réduction de l'état *total* du système.
Cela correspond aux explications données auparavant.
- La seconde hypothèse est défendue par Bohr et son école.
Elle correspond aux mathématiques usuelles de la mécanique quantique.
 - La première hypothèse est défendue par Einstein.
C'est le déterminisme classique.
 - Le déterminisme classique requiert de compléter la mécanique quantique, par exemple avec des *variables cachées* qui représentent l'état pré-déterminé du spin.

Les inégalités de Bell

- Les inégalités de Bell permettent de proposer une expérience qui distingue le déterminisme classique du déterminisme quantique.
- Toutes les expériences EPR penchent en faveur du déterminisme quantique.
 - ▶ Les théories à *variables cachées locales* ont été réfutées par les expériences EPR.
- La mécanique quantique est déclarée *non locale*.
 - ▶ La « réalité » est décrite par l'état intriqué, pas par deux états « localisés ».
 - ▶ Les particules ne sont plus « individualisées » : elles sont « inséparées ».
 - ▶ L'espace-temps n'est pas son cadre naturel, mais plutôt l'espace de Hilbert.
- En jouant avec la relativité restreinte, il est possible de réaliser l'expérience de telle façon qu'on ne sache plus si on effectue la mesure en $D1$ avant ou après celle en $D2$. ➡ L'« influence » n'a plus de « direction » : 1 vers 2 ou 2 vers 1 ?